



Mécanique du Solide

Présentation

Mécanique
du point
--> L1

Cas particulier de la
mécanique du solide
--> L2



Le Mécanologue

www.mecanologue.fr

Cinématique
Études 1 & 2

CM 3h

TD 3h

Cinétique

CM 3h

TD 3h

Dynamique

CM 3h

TD 3h

Energétique

CM 2h

TD 1h

TP 12h

Coef 50%

Exam 1,5h

Coef 50%

Etude n°1

Cette étude porte sur :

- la composition des vitesses,*
- le champ des vitesses d'un solide.*

Cahier des charges :

Concevoir une hélice pour un avion.

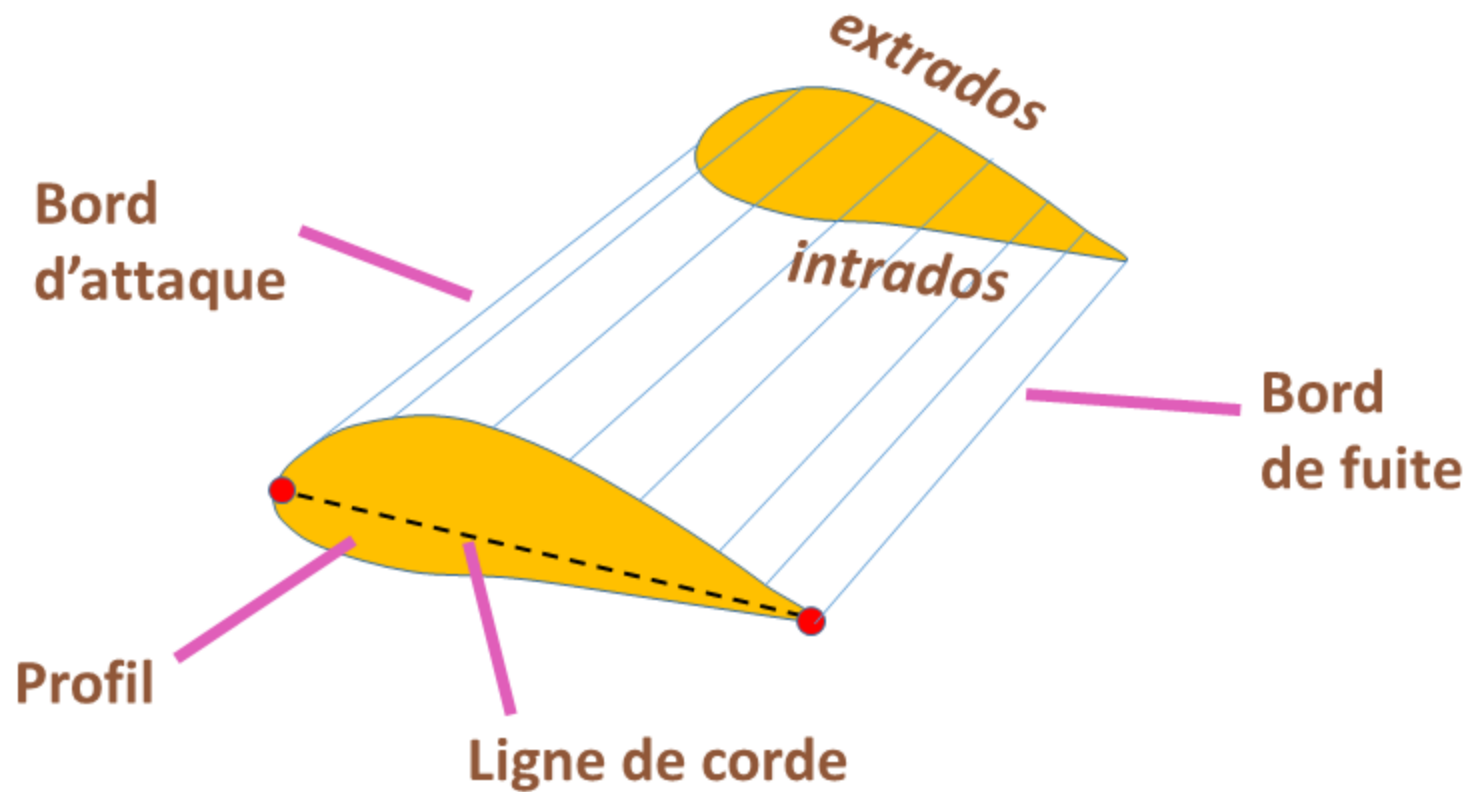
Elle devra être conçue afin que chaque section transversale le long de son bord d'attaque permette d'obtenir les meilleures performances.

Le profil de la section de l'hélice est imposé et son étude n'est pas demandée.



Etude n°1

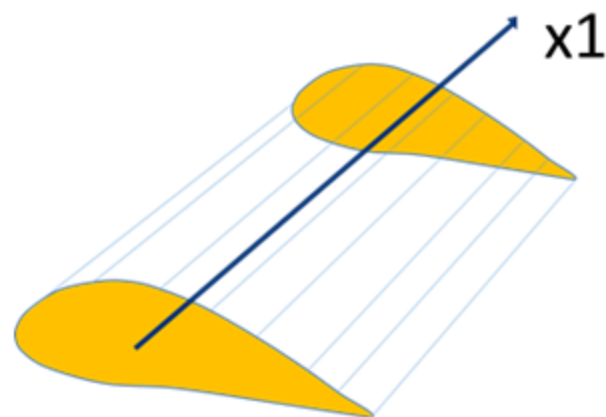
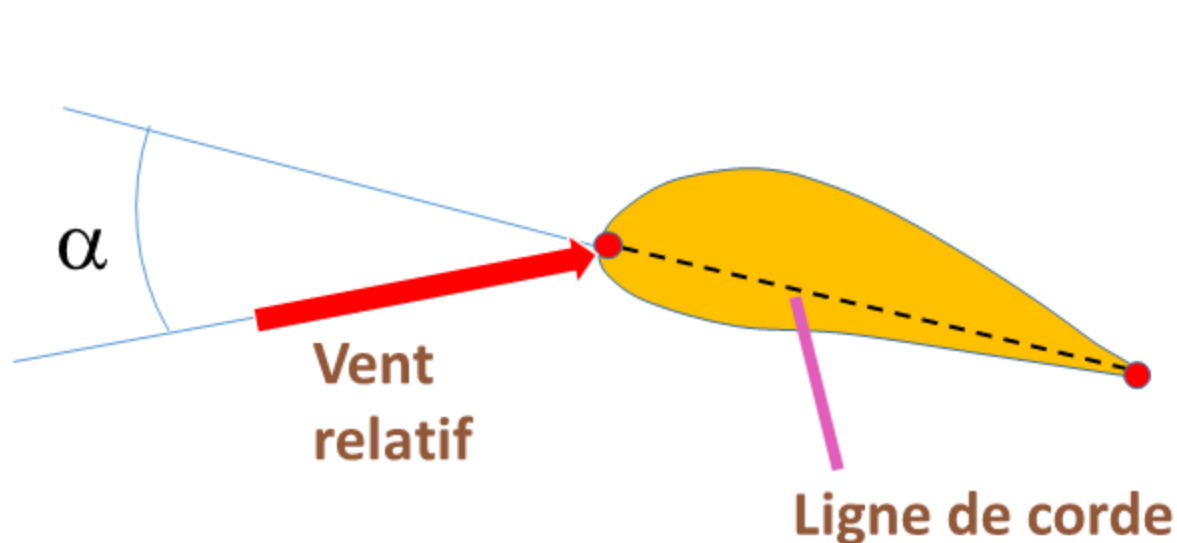
Quelques définitions :



Etude n°1

Etat de l'art :

Le filet d'air doit toujours se présenter devant le bord d'attaque avec le même angle d'incidence « α » relativement à la ligne de corde, et ceci, quelle que soit la section.



Etude n°1

L'hélice est un solide S.

C' est un ensemble de points vérifiant :

$$\forall M \text{ et } N \in S, \forall t: \left\{ \frac{d\overrightarrow{MN}}{dt} \right\}_{R \in S} = \vec{0}$$

Physiquement, la distance MN est donc constante.

\Rightarrow c'est **l'INDERFORMABILITE** qui caractérise le solide.

Etude n°1

La mécanique du solide est un cas particulier de la mécanique du point.

A partir d'une hypothèse, dite d'indéformabilité, il s'agit de reconstruire les relations de mécanique du point en contournant, à postériori, le calcul intégral fastidieux sur un système comprenant une infinité de points.

Donc, toutes les relations de mécanique du point restent valables.

Etude n°1

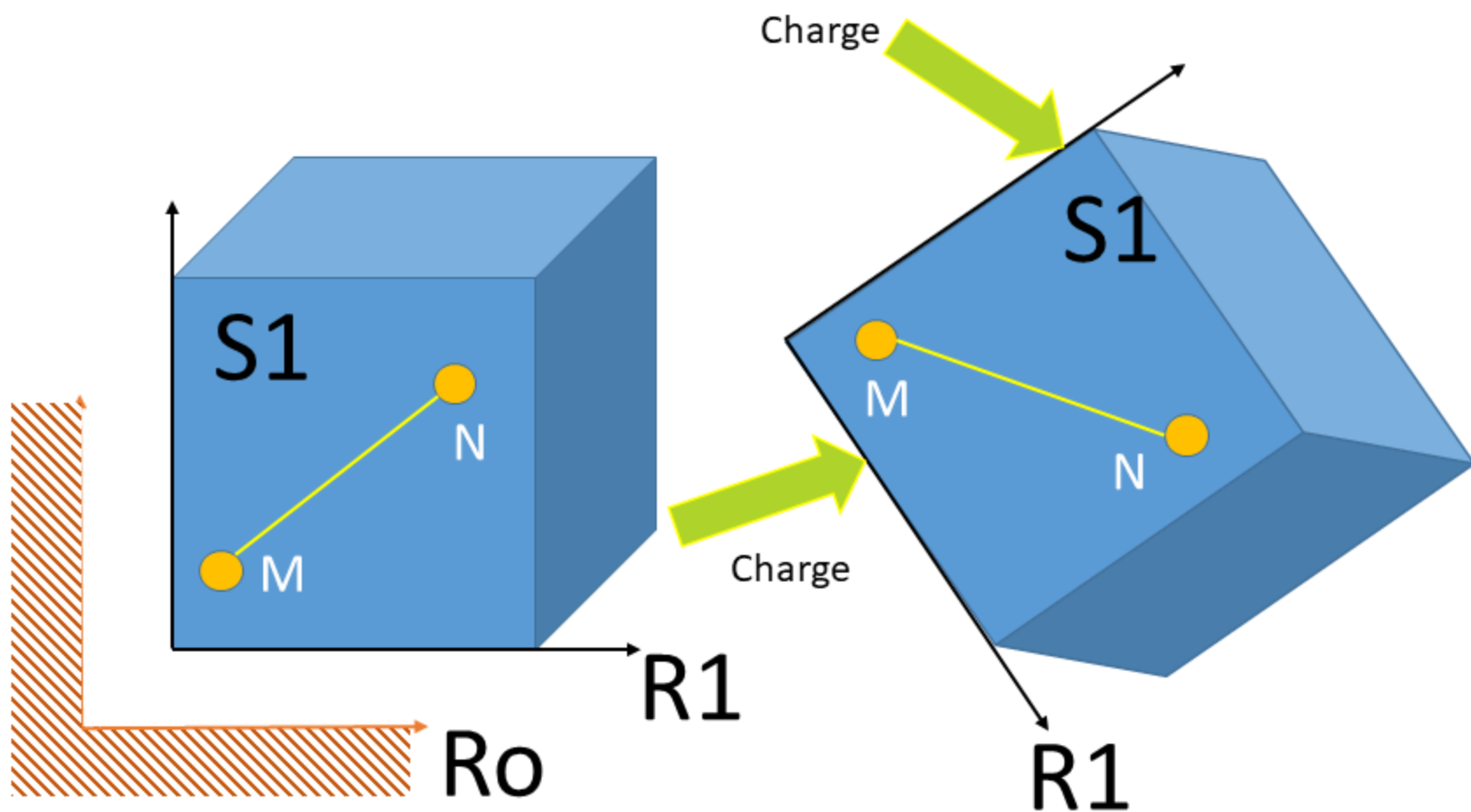


Illustration de l'indéformabilité sous charge

Etude n°1

Raccourci utilisé en méca. sol.

R0 = S0

R1 = S1

M et N ∈ S₁ – observateur situé en O sur S₀

$$\left\{ \frac{d\overrightarrow{MN}}{dt} \right\}_{S_1} = \vec{0} \Leftrightarrow \left\{ \frac{d\overrightarrow{MN}}{dt} \right\}_{S_0} + \vec{\Omega}_{S_0/S_1} \wedge \overrightarrow{MN} = \vec{0} \quad (\text{relation de BOUR})$$

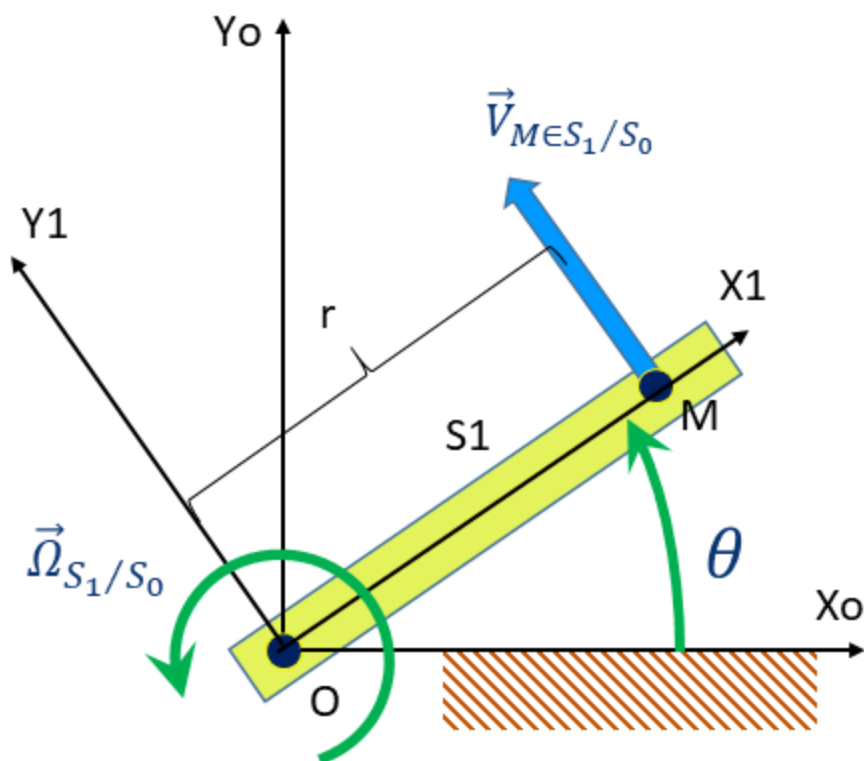
$$\Leftrightarrow \left\{ \frac{d}{dt} \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{ON} \right\} + \vec{\Omega}_{S_0/S_1} \wedge \overrightarrow{MN} = \vec{0} \quad (\text{relation de CHASLES})$$

$$\Leftrightarrow -\vec{V}_{M \in S_1/S_0} + \vec{V}_{N \in S_1/S_0} + \vec{\Omega}_{S_0/S_1} \wedge \overrightarrow{MN} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{V}_{M \in S_1/S_0} = \vec{V}_{N \in S_1/S_0} + \vec{\Omega}_{S_1/S_0} \wedge \overrightarrow{NM}$$

Champ des vitesses d'un solide

Etude n°1



$$\vec{\Omega}_{S_1/S_0} = +\dot{\theta} \cdot \vec{z}_0$$

Direction = axe de rotation, donc ici \vec{z}

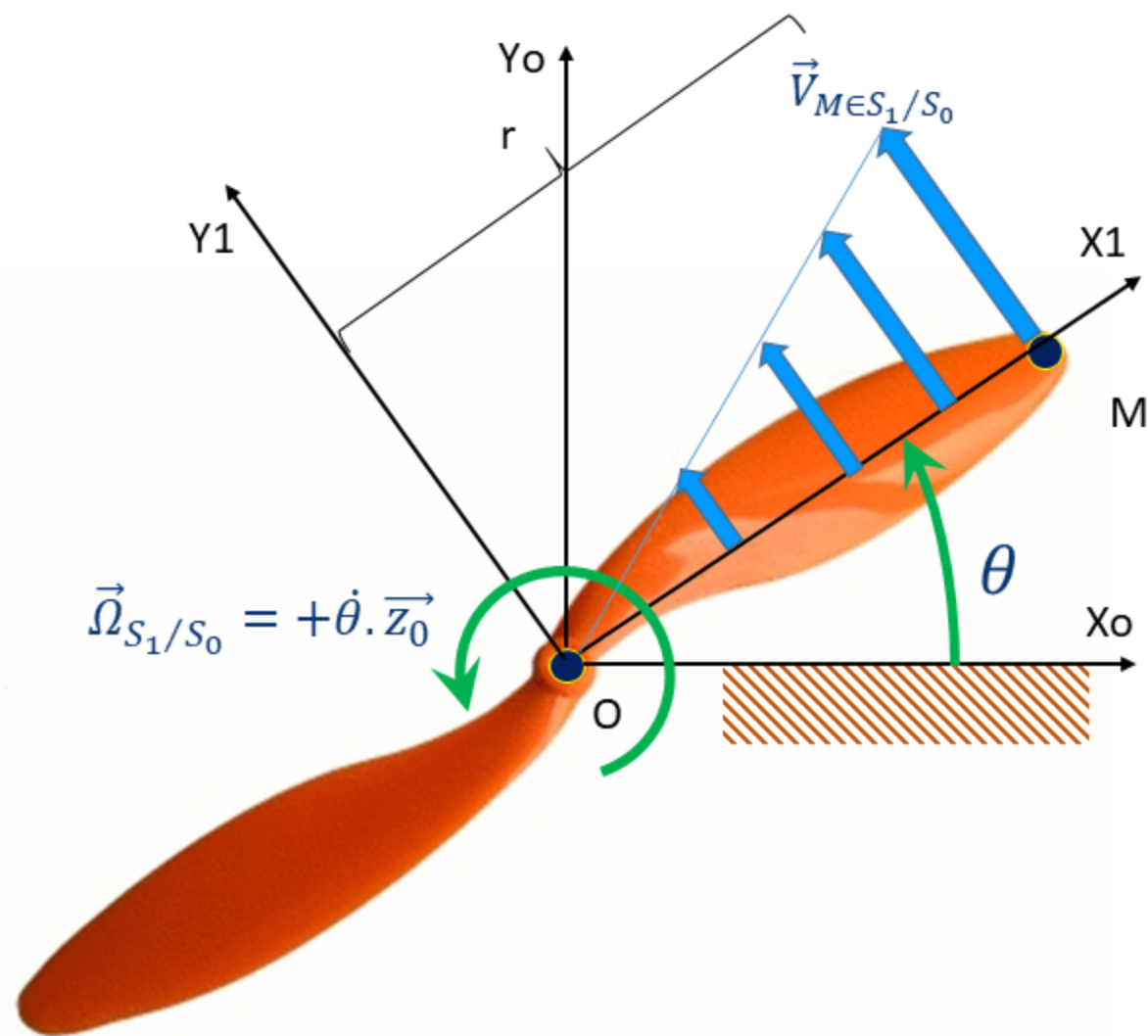
*Sens = on compare avec le vecteur de la base en observant le sens de la rotation
 \vec{z} est sortant aussi \rightarrow c'est +*

Intensité = $\frac{d\theta}{dt}$ ou θ' ou $\dot{\theta}$

M et O $\in S_1$

$$\begin{aligned} \vec{V}_{M \in S_1/S_0} &= \vec{V}_{O \in S_1/S_0} + \vec{\Omega}_{S_1/S_0} \wedge \overrightarrow{OM} \\ &= \underbrace{\vec{0}}_{O \in \text{axe}} + \dot{\theta} \vec{z}_0 \wedge r \vec{x}_1 \\ &= \dot{\theta} r \cdot \vec{y}_1 \cdot \sin \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Etude n°1



Ainsi, la rotation de l'hélice entraîne une section à une vitesse qui est proportionnelle à sa distance à l'axe !

$$\vec{V}_{M \in S_1/S_0} = \dot{\theta} \cdot r \cdot \vec{y}_1$$

Etude n°1

On se souvient de la loi vectorielle de composition des vitesses :

$$\vec{V}(\text{absolue}) = \vec{V}(\text{relative}) + \vec{V}(\text{entraînement})$$

Ainsi :

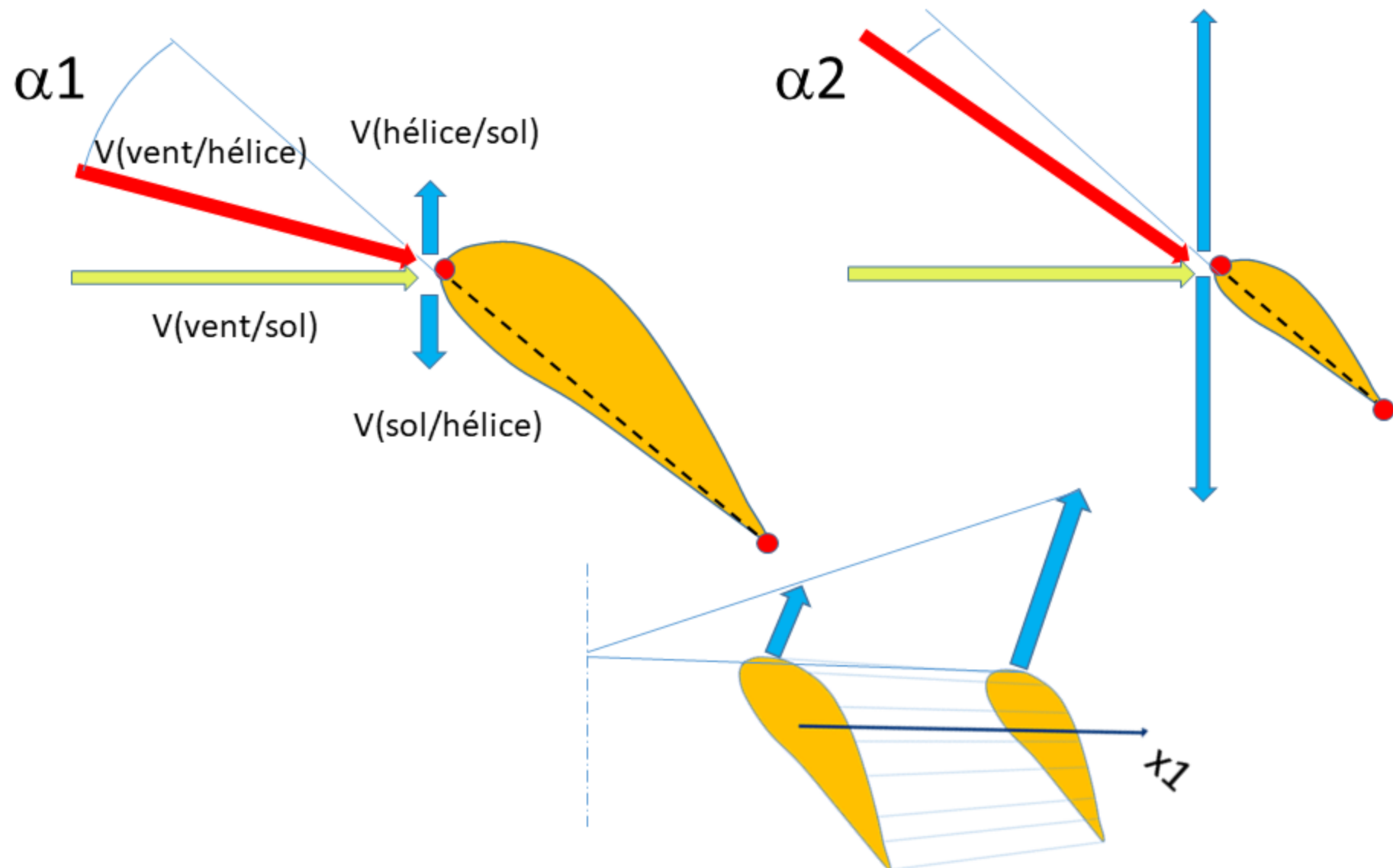
$$\vec{V}(\text{relative}) = \vec{V}(\text{absolue}) - \vec{V}(\text{entraînement})$$

Ou encore :

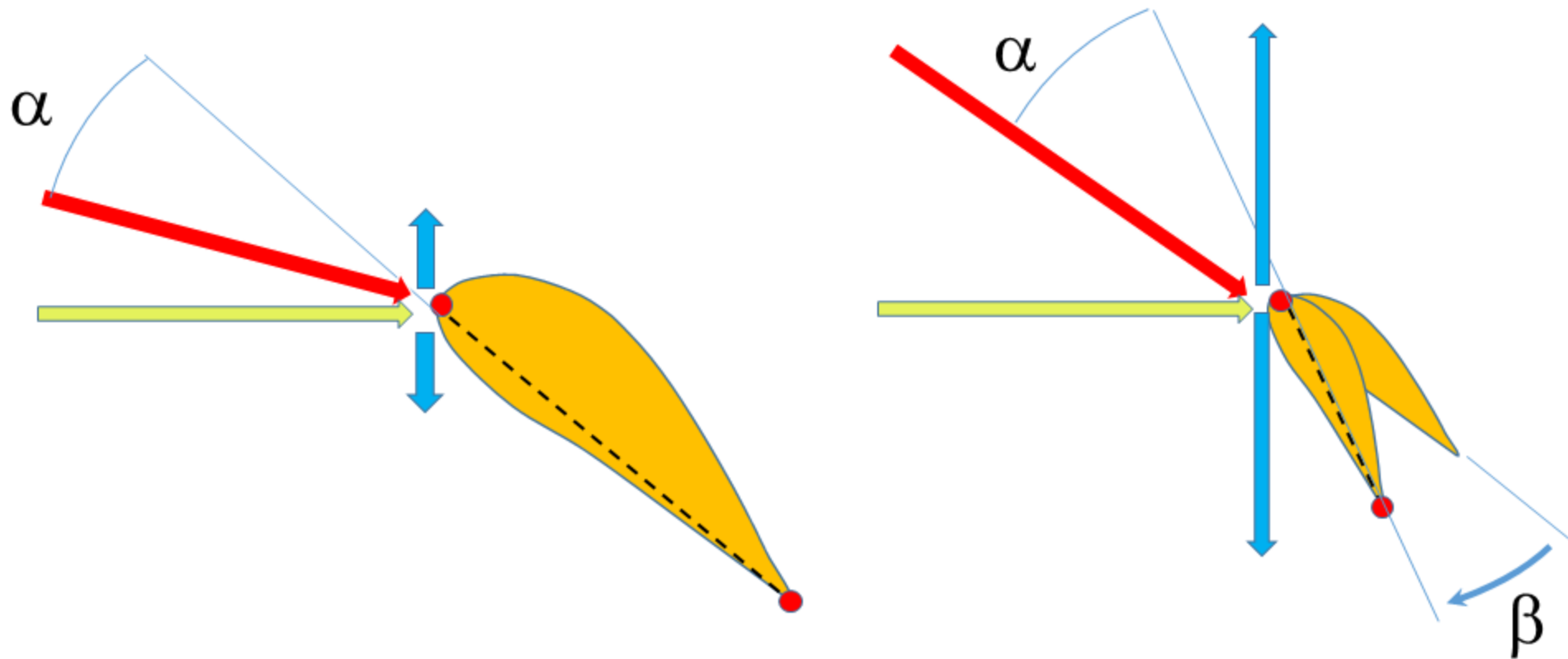
$$\vec{V}(\text{vent/section}) = \vec{V}(\text{vent/sol}) - \vec{V}(\text{section/sol}) \dots \longrightarrow \vec{V}_{M \in S_1 / S_0} = \dot{\theta} \cdot r \cdot \vec{y}_1$$

On observe que si rien n'est fait, $\vec{V}(\text{vent/section})$ n'est pas constante en direction !

Etude n°1

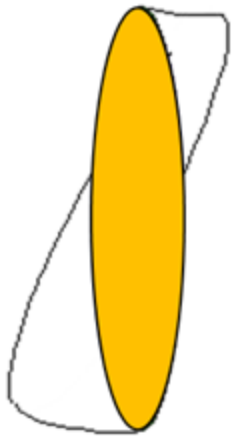
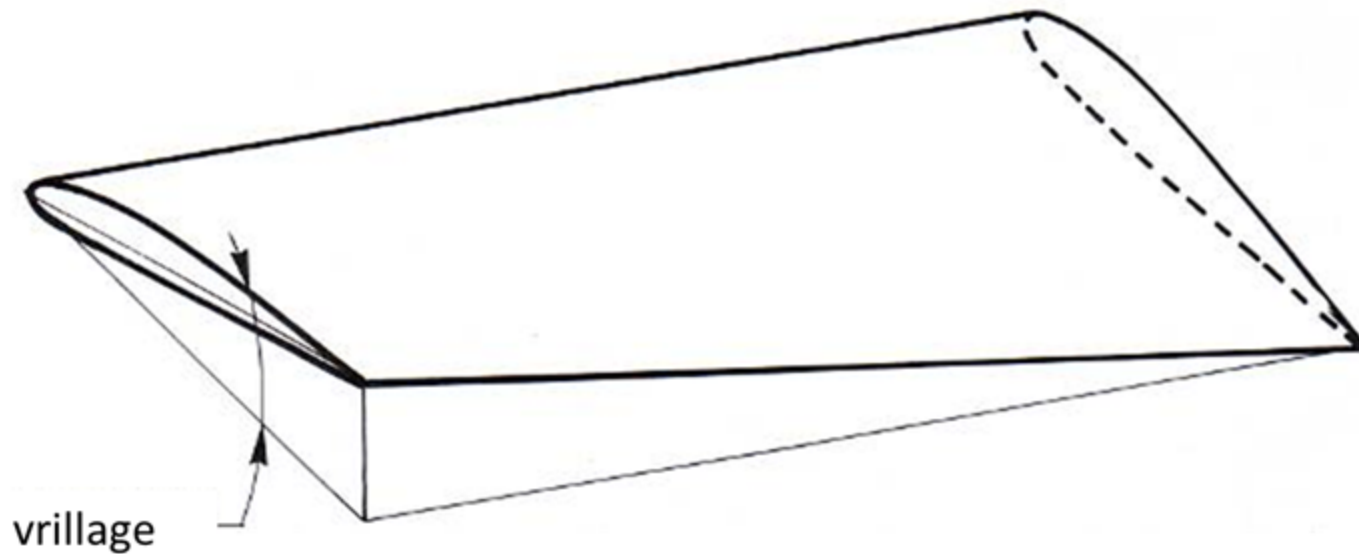


Etude n°1



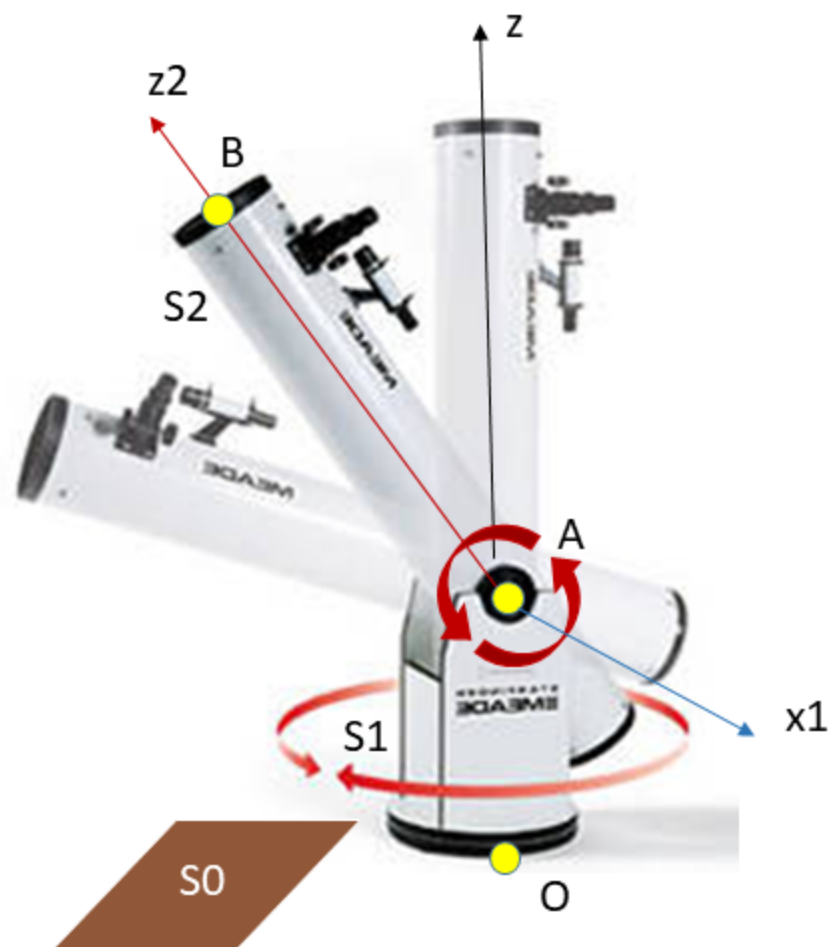
Il faut faire tourner la section d'un angle β (qui est fonction de r) afin de conserver α (ce que l'on veut)!

Etude n°1



Au final l'hélice optimisée doit présenter une allure « vrillée ».

Etude n°1



$$[OA] = a \quad [AB] = b$$

$$\vec{V}(B \in S_2 / S_0) = ?$$

