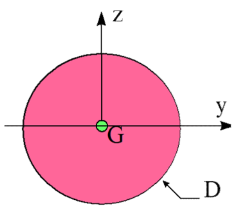
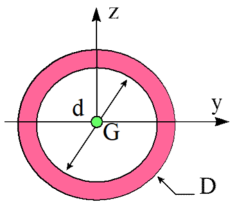
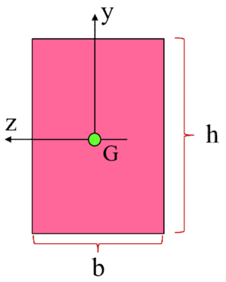
Moments quadratiques usuels





$$\mathrm{IGz} = \pi.\frac{D^4 - d^4}{64}$$

Moment quadratique dans le cas d'un tube [m4]



$$\mathrm{IGz} = \frac{b.h^3}{12}$$

Moment quadratique dans le cas d'une section rectangulaire [m4]

Critère de résistance

En flexion pure, il n'y a qu'une contrainte normale, toutes les fibres de la poutre sont dans un état de traction ou compression simple, les autres contraintes sont nulles.
Donc le critère « matériau ductile » peut consister à dimensionner à la contrainte normale…

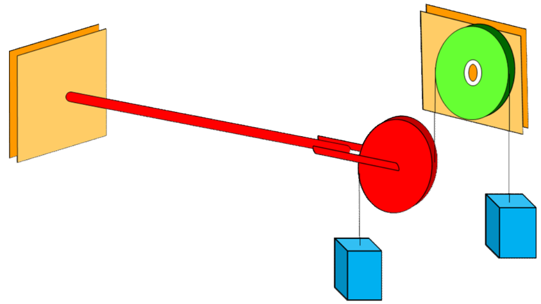
σmaximum $\leq$ σadmissible

Avec σadmissible $\approx$ 0,8 Re
Re résistance élastique

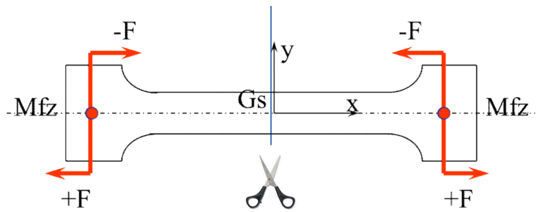
Résistance Des Matériaux
Dossier 5 – Cas particulier de la flexion pure

Ce document est une synthèse du cours présenté

Mise en oeuvre



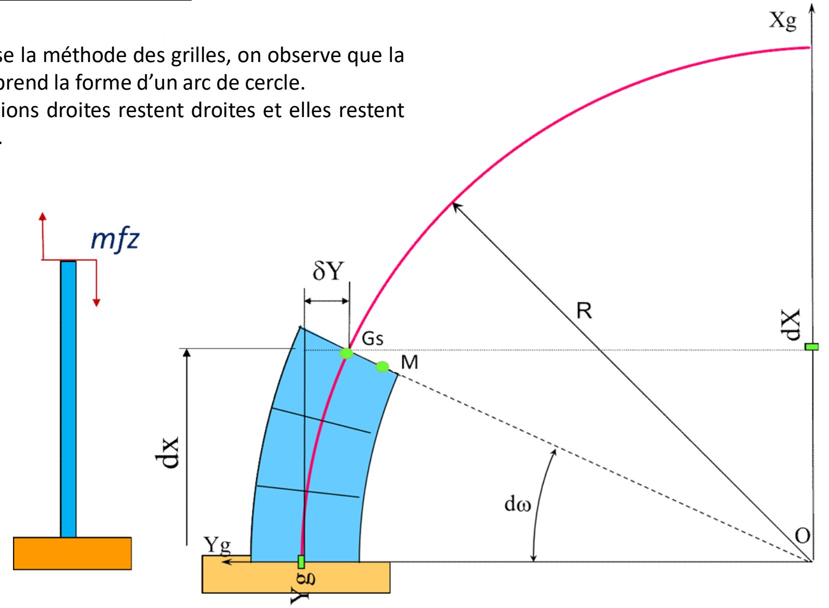
Torseur de cohésion



$$T\left(\frac{S+}{S}\right) = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & Mfz \end{Bmatrix}_{Gs}$$

Déplacements et déformations

On utilise la méthode des grilles, on observe que la poutre prend la forme d'un arc de cercle.
Les sections droites restent droites et elles restent planent.



Le long de la ligne moyenne :

$$x^2Gs + y^2Gs = R^2$$

$$yGs = (R^2 - x^2Gs)^{1/2}$$

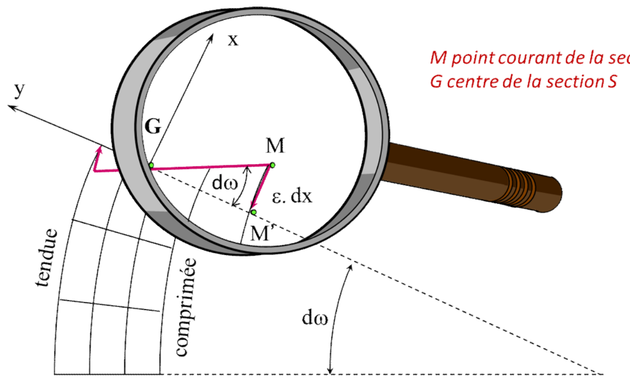
$$y'Gs = \frac{-2.xGs}{2}.(R^2 - x^2Gs)^{-1/2}$$

$$y''Gs = -(R^2 - x^2Gs)^{-1/2} - x^2Gs.(R^2 - x^2Gs)^{-3/2}$$

D'une part si xGs << R alors ⇨ $y''Gs \rightarrow \frac{-1}{R}$.

D'autre part $R.d\omega \approx dx$ soit ⇨ $\frac{d\omega}{dx} = \frac{1}{R}$ donc constant pour une flèche donnée

Dans une section :



M point courant de la section S
G centre de la section S

Ordonnée de M dans la section relativement à Gs.

ε.dx = dω.y(M)

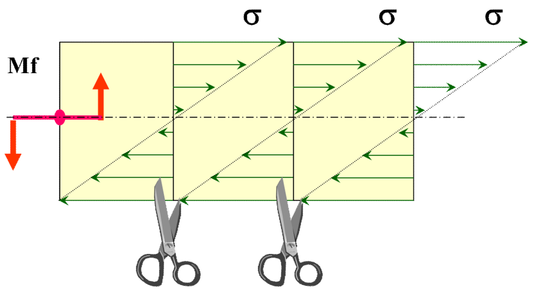
⇨ dω/dx = ε/y(M)

Vecteur contrainte

$$\overrightarrow{M(\frac{S+}{S-})} = -Mf.\vec{z} = \iint \overrightarrow{T(M,\vec{x})} \wedge \overrightarrow{MGs}.ds = \iint \overrightarrow{T(M,\vec{x})} \wedge yM.\vec{y}.ds$$

Donc obligatoirement si le résultat du produit vectoriel est sur $\overrightarrow{Gsz}$, $\overrightarrow{T(M,\vec{x})} = \sigma.\vec{x}$

En projection : $-Mfz = \iint \sigma.yM.ds$



Lois de comportement

σ = E.ε (*loi de HOOKE*)

Soit σ = E.$\frac{d\omega}{dx}$.yM = E.$\frac{YM}{R}$

La contrainte normale est proportionnelle à l'ordonnée de M dans la section.

Une partie de la poutre est donc comprimée (σ < 0) et une partie est tendue (σ > 0) .

La ligne moyenne n'est ni comprimée ni tendue, on l'appelle FIBRE NEUTRE.

$$Mfz = -\iint E.\frac{YM^2}{R}.ds = -\frac{E}{R}\underbrace{\iint YM^2.ds}_{} = -\frac{E.IGz}{R}$$

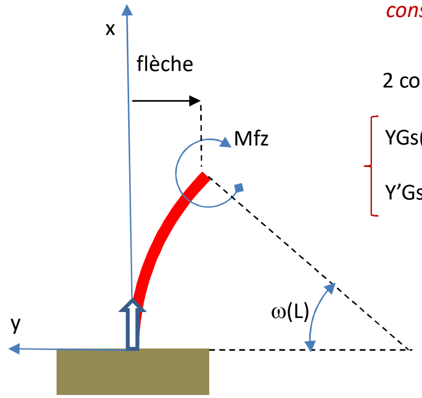
Igz = moment quadratique de la section relativement à l'axe Gs$\vec{z}$

$y''Gs \rightarrow \frac{-1}{R}$. ⇨ $\boxed{Mfz = E.IGz.yGs''}$

σ = E.$\frac{YM}{R}$ ⇨ $\boxed{\sigma = \frac{-Mfz}{IGz}.yM}$

$Mfz = E.IGz.y''$ Soit $y' = \frac{1}{E.IGz}$. Mfz .x + K1 et donc $y = \frac{1}{E.IGz}$. Mfz .x²/2 + K1.x + K2

constant



2 constantes à trouver → 2 conditions à écrire.

$$\begin{cases} YGs(x=0) = 0 \\ Y'Gs(x=0) = 0 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} K2 = 0 \\ K1 = 0 \end{cases}$$

La flèche correspond au déplacement maximum. Ici c'est en xGs = L

$\boxed{f = yGs(L) = \frac{1}{E.IGz}.Mfz.L^2/2}$

$$\frac{d\omega}{dx} = \frac{\sigma}{E.yM} = \frac{Mfz}{E.Igz}$$

$$\boxed{\omega(L) - \omega(o) = \frac{Mfz.L}{E.IGz}}$$