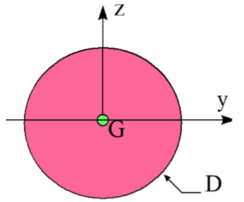
La flèche correspond au déplacement maximum. Ici c'est en xGs = L

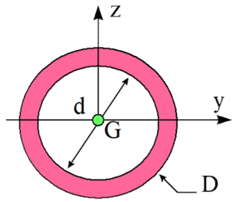
$$f = yGs(L) = \frac{-F.L^3}{3E.IGz}$$

$$\frac{d\omega}{dx} = \frac{\sigma}{E.yM} = \frac{Mfz}{E.Igz} \qquad \omega(xGs) - \underbrace{\omega(0)}_{= 0 \; si \; \omega(0)} = \frac{-F(L.xGs - xGs^2/2) + K3}{E.Igz}$$

$$\omega(L) = \frac{-F.L^2}{2E.IGz}$$

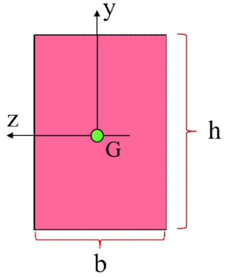
Moments quadratiques usuels





$$IGz = \pi.\frac{D^4 - d^4}{64}$$

Moment quadratique dans le cas d'un tube [m4]



$$IGz = \frac{b.h^3}{12}$$

Moment quadratique dans le cas d'une section rectangulaire [m4]

Critère de résistance

Dans la plupart des situations de flexion simple en RDM, si les poutres sont élancées et loin des points d'application des efforts, la contrainte tangentielle reste faible et peut être négligée. On peut alors dimensionner à la contrainte normale…

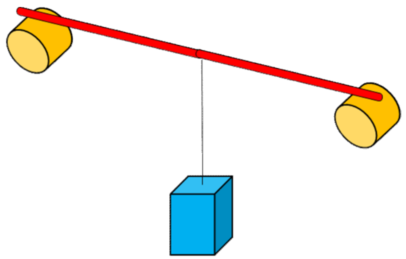
σmaximum $\leq$ σadmissible

Avec σadmissible ≈ 0,8 Re
Re résistance élastique

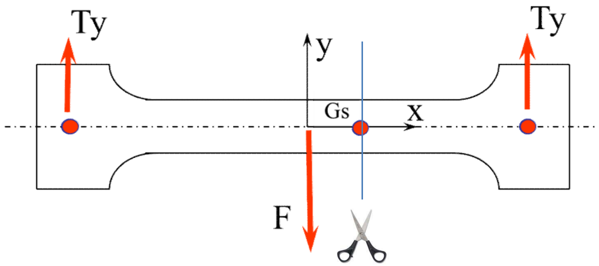
Résistance Des Matériaux
Dossier 6 – Cas particulier de la flexion simple

Ce document est une synthèse du cours présenté

Mise en oeuvre



Torseur de cohésion

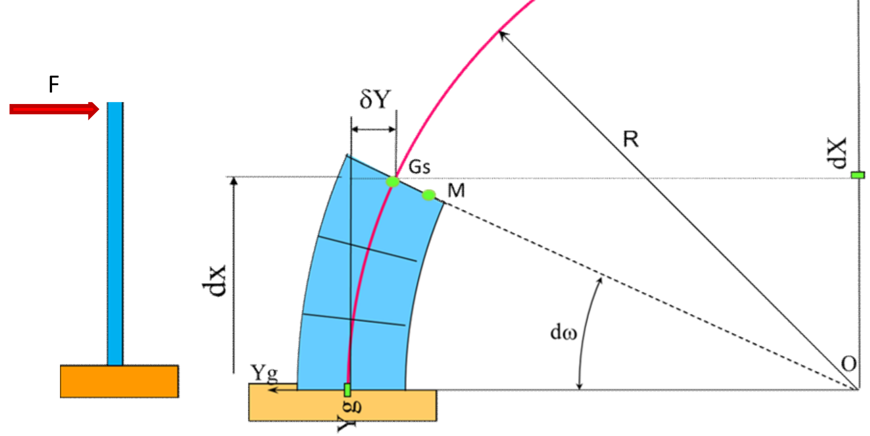


$$T\left(\frac{S+}{S}\right) = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Ty & 0 \\ 0 & Mfz \end{Bmatrix}_{Gs}$$

Déplacements et déformations

On utilise la méthode des grilles, on observe que la poutre prend localement la forme d'un arc de cercle de rayon R.
Les sections droites restent droites et elles restent planent.

Comme en flexion pure (dossier 5).



Le long de la ligne moyenne :

$$x^2Gs + y^2Gs = R^2$$

$$yGs = (R^2 - x^2Gs)^{1/2}$$

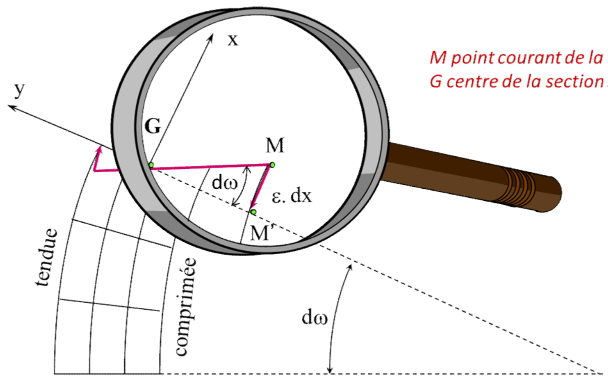
$$y'Gs = \frac{-2.xGs}{2}.(R^2 - x^2Gs)^{-1/2}$$

$$y''Gs = -(R^2 - x^2Gs)^{-1/2} - x^2Gs.(R^2 - x^2Gs)^{-3/2}$$

D'une part si xGs << R alors ⇨ $y''Gs \rightarrow \frac{-1}{R}$.

D'autre part $R.d\omega \approx dx$ soit ⇨ $\frac{d\omega}{dx} = \frac{1}{R}$ donc constant pour une flèche donnée

Dans une section :



M point courant de la section S
G centre de la section S

Ordonnée de M dans la section relativement à Gs.

ε.dx = dω.y(M)

⇨ dω/dx = ε/y(M)

Vecteur contrainte

$$\overrightarrow{R\left(\frac{S+}{S-}\right)} = Ty.\vec{y} = \iint \overrightarrow{T(M,\vec{x})}.ds$$

$$\overrightarrow{M\left(\frac{S+}{S-}\right)} = -Mf.\vec{z} = \iint \overrightarrow{T(M,\vec{x})} \wedge \overrightarrow{MGs}.ds = \iint \overrightarrow{T(M,\vec{x})} \wedge yM.\vec{y}.ds$$

Donc obligatoirement si la résultante est sur $\overrightarrow{Gsy}$ et le résultat du produit vectoriel est sur $\overrightarrow{Gsz}$, $\overrightarrow{T(M,\vec{x})} = \sigma.\vec{x} + \tau y.\vec{y}$

En projection :

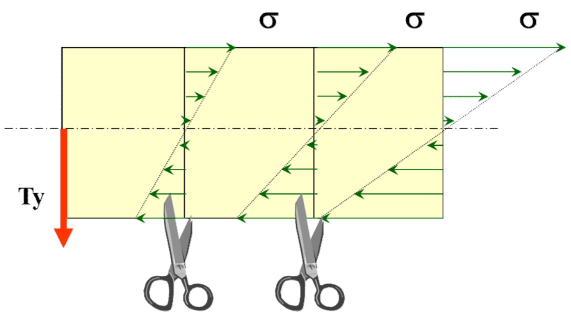
$$Ty = \iint \tau y.ds$$

$$-Mfz = \iint \sigma.yM.ds$$

Lois de comportement

$\sigma = E.\varepsilon$ (loi de HOOKE)

Soit $\sigma = E.\frac{d\omega}{dx}.yM = E.\frac{YM}{R}$



La contrainte normale est proportionnelle à l'ordonnée de M dans la section.

Une partie de la poutre est donc comprimée (σ < 0) et une partie est tendue (σ > 0) .

La ligne moyenne n'est ni comprimée ni tendue, on l'appelle FIBRE NEUTRE.

$$Mfz = -\iint E.\frac{YM^2}{R}.ds = -\frac{E}{R}\underbrace{\iint YM^2.ds}_{} = -\frac{E.IGz}{R}$$

Igz = moment quadratique de la section relativement à l'axe Gs$\vec{z}$

$y''Gs \rightarrow \frac{-1}{R}$. ⇨ $\boxed{Mfz = E.IGz.yGs''}$

$\sigma = E.\frac{YM}{R}$ ⇨ $\boxed{\sigma = \frac{-Mfz}{IGz}.yM}$

La contrainte normale est une fonction de xGs (comme Mfz) et de yM

Concernant la contrainte tangentielle on peut supposer qu'elle est constante dans une section.
Ainsi :

$$Ty = \iint \tau y.ds = \tau y.\iint ds = \tau y.S$$

⇨ $\boxed{\tau y = \frac{Ty}{S}}$

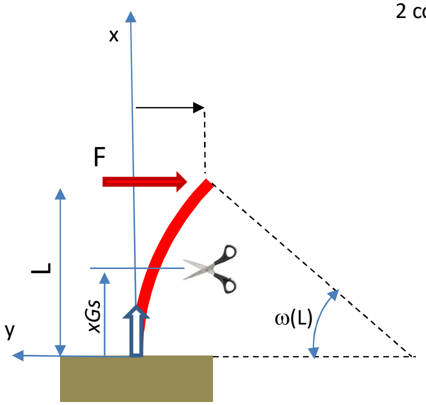
En conception l'effet de la contrainte tangentielle est assez souvent ignoré face à celui de la contrainte normale....

<u>exemple</u>

$Mfz = E.IGz.yGs''$ Soit $yGs' = \frac{-1}{E.IGz}$. F(L.xGs-xGs²/2) + K1 et donc yGs = $\frac{-1}{E.IGz}.F(L.\frac{xGs^2}{2} - \frac{xGs^3}{6})$+ K1.xGs + K2

-F.(L - xGs)

2 constantes à trouver → 2 conditions à écrire.



$\left\{\begin{array}{l} \text{YGs(x=0) = 0} \\ \text{Y'Gs(x=0) = 0} \end{array}\right.$ donc $\left\{\begin{array}{l} \text{K2 = 0} \\ \text{K1 = 0} \end{array}\right.$