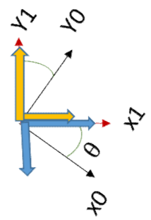
$\overrightarrow{V}(\frac{M}{R0}) = \overrightarrow{V}(\frac{M}{R1}) + \overrightarrow{V}(\frac{M\in R1}{Ro}) \quad \rightarrow \overrightarrow{V}(\frac{M}{R1}) = \overrightarrow{V}(\frac{M}{R0}) - \overrightarrow{V}(\frac{M\in R1}{Ro})$

Cette notation pousse à trouver un autre point ∈ R1et s'appuyer dessus pour calculer la vitesse → champ des vitesses

$$\overrightarrow{V}(\frac{M}{R1}) = -V * \overrightarrow{X0} - [\underbrace{\overrightarrow{V}(\frac{O\in R1}{Ro})}_{} + \overrightarrow{\Omega}(\frac{R1}{R0}) \wedge \overrightarrow{OM}]$$

Nul, O est sur l'axe de rotation

$$\overrightarrow{\Omega}(\frac{R1}{R0}) \wedge \overrightarrow{OM} = \theta' * \overrightarrow{Z0} \wedge x(t) * \overrightarrow{X0}$$
$$= \theta'.x(t) * \overrightarrow{Y0}.\sin(\frac{Pi}{2})$$



$$\overrightarrow{V}(\frac{M}{R1}) = -V * \overrightarrow{X0} - \theta'.x(t) * \overrightarrow{Y0}$$

$$\overrightarrow{X0} = \overset{a}{\cos\theta} * \overrightarrow{X1} - \overset{b}{\sin\theta} * \overrightarrow{Y1}$$
$$\overrightarrow{Y0} = \underset{-b}{\sin\theta} * \overrightarrow{X1} + \underset{a}{\cos\theta} * \overrightarrow{Y1}$$

Attention on va intégrer relativement à R1 et donc ces vecteurs ne sont pas constants
→ On les projette dans R1

$$\overrightarrow{V}(\frac{M}{R1}) = -V * [\cos\theta * \overrightarrow{X1} - \sin\theta * \overrightarrow{Y1}] - \theta'.x(t) * [\sin\theta * \overrightarrow{X1} + \cos\theta * \overrightarrow{Y1}]$$

$$\boxed{\overrightarrow{V}(\frac{M}{R1}) = [-V.\cos\theta - \theta'.x(t) * \sin\theta] * \overrightarrow{X1} + [+V\sin\theta - \theta'.x(t) * \cos\theta] * \overrightarrow{Y1}}$$

Attention il faut aussi exprimer la fonction x(t).

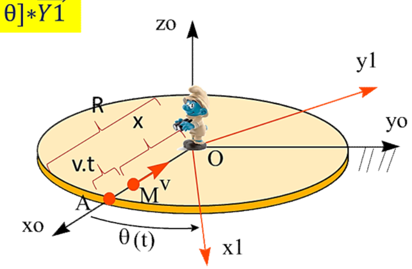
$$X(t) = \underbrace{R}_{OA} - \underbrace{V*t}_{AM}$$

$$\overrightarrow{V}(\frac{M}{R1}) = [\overbrace{-V.\cos\theta}^{u'.v} - \overbrace{\theta'.(R - v.t) * \sin\theta}^{u.v'}] * \overrightarrow{X1} + [+V\sin\theta - \theta'.(R - v.t) * \cos\theta] * \overrightarrow{Y1}$$

$$\boxed{\overrightarrow{OM} = [\underbrace{(R - v.t)}_{u} * \underbrace{\cos\theta}_{v}] * \overrightarrow{X1} + [-(R - v.t) * \sin\theta] * \overrightarrow{Y1}}$$

Expression paramétrique de la trajectoire relative ($\theta = \omega.t$)

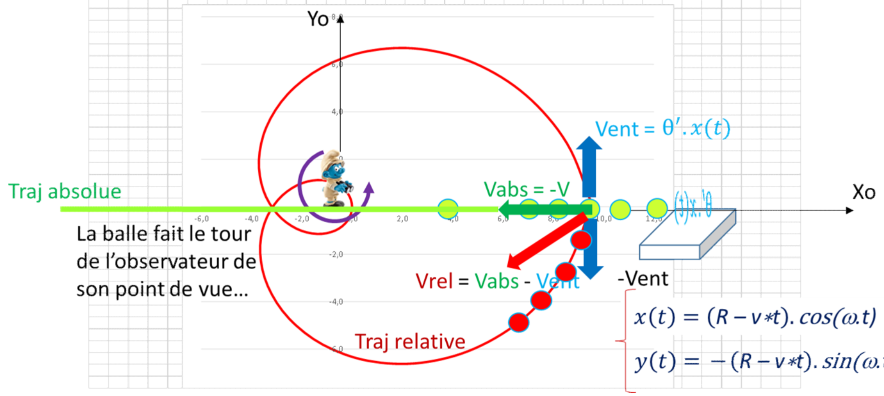
$$\begin{cases} x1(t) = (R - v*t).\cos(\omega.t) \\ y1(t) = -(R - v*t).\sin(\omega.t) \end{cases}$$



Tracé de la trajectoire de M observée depuis O dans R1 :

v	6,0	t	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
ω	2,9	Ωt	0,0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,4
R	9,5	X1	9,5	8,5	6,9	4,9	2,7	0,6	-1,1	-2,5	-3,3	-3,7	-3,5	-2,9	-2,2	-1,4	-0,7	-0,2
		Y1	0,0	-2,6	-4,6	-6,0	-6,6	-6,5	-5,8	-4,7	-3,4	-2,0	-0,7	0,3	0,9	1,1	1,0	0,5

t	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2
Ωt	4,7	5,0	5,3	5,6	5,9	6,2	6,5	6,8	7,1	7,4	7,7	7,9	8,2	8,5	8,8	9,1	9,4
X1	0,0	-0,2	-0,7	-1,4	-2,2	-3,0	-3,5	-3,7	-3,4	-2,6	-1,2	0,6	2,7	4,9	6,9	8,5	9,5
Y1	0,0	-0,6	-1,0	-1,2	-0,9	-0,3	0,7	2,0	3,4	4,7	5,8	6,5	6,6	6,0	4,7	2,7	0,1



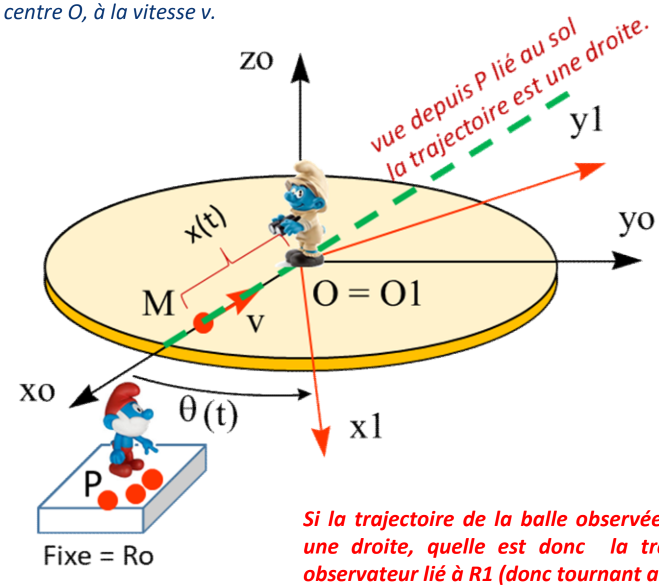
$$\begin{cases} x(t) = (R - v*t).\cos(\omega.t) \\ y(t) = -(R - v*t).\sin(\omega.t) \end{cases}$$

Dossier 8 — Le Mécanologue

Ce document est une synthèse du cours présenté — *www.mecanologue.fr*

Cette étude porte sur la relation de composition des vitesses dans le cadre de mouvements composés. La relation permet de mieux comprendre comment sont construits certains mouvements de points lors de configurations plus complexes que les uniques translations ou rotations…

On considère un repère R0 fixe.
Un plateau de rayon R tourne autour de l'axe à la vitesse angulaire θ(t).
On attache à ce disque une repère R1 .
A l'instant t = 0, quand θ = 0, on projette une particule M de la périphérie du plateau en direction de son centre O, à la vitesse v.



Si la trajectoire de la balle observée depuis la place du lanceur est une droite, quelle est donc la trajectoire du point M pour un observateur lié à R1 (donc tournant avec le plateau), situé en O ?

Loi de composition des vitesses *La vitesse c'est la dérivée de la position*

$$\overrightarrow{V}(\frac{M}{R0}) = \{\frac{d}{dt}\overrightarrow{OM}\}/R0 = \{\frac{d}{dt}\overrightarrow{OO1}\}/R0 + \underbrace{\{\frac{d}{dt}\overrightarrow{O1M}\}/R0}_{\text{Relation de BOUR}}$$

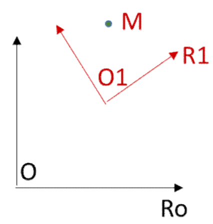
$$= \overrightarrow{V}(\frac{O1\in R1}{Ro}) + \{\frac{d}{dt}\overrightarrow{O1M}\}/R1 + \overrightarrow{\Omega}(\frac{R1}{Ro}) \wedge \overrightarrow{O1M}$$

$$= \overrightarrow{V}(\frac{M}{R1}) + \underbrace{\overrightarrow{V}(\frac{O1\in R1}{Ro}) + \overrightarrow{\Omega}(\frac{R1}{Ro}) \wedge \overrightarrow{O1M}}_{}$$

M et O1 appartiennent à R1 → champ des vitesses :

$$\overrightarrow{V}(\frac{M\in R1}{Ro}) = \overrightarrow{V}(\frac{O1\in R1}{Ro}) + \overrightarrow{\Omega}(\frac{R1}{Ro}) \wedge \overrightarrow{O1M}$$

$$= \overrightarrow{V}(\frac{M}{R1}) + \overrightarrow{V}(\frac{M\in R1}{Ro})$$



Relation généralisable à tout mouvement composé, c'est la loi de composition des vitesses :

$$\overrightarrow{V(\frac{M}{R0})} = \overrightarrow{V(\frac{M}{R1})} + \overrightarrow{V(\frac{M \in R1}{Ro})}$$

$$\overrightarrow{Vabsolue} = \overrightarrow{Vrelative} + \overrightarrow{Ventrainement}$$

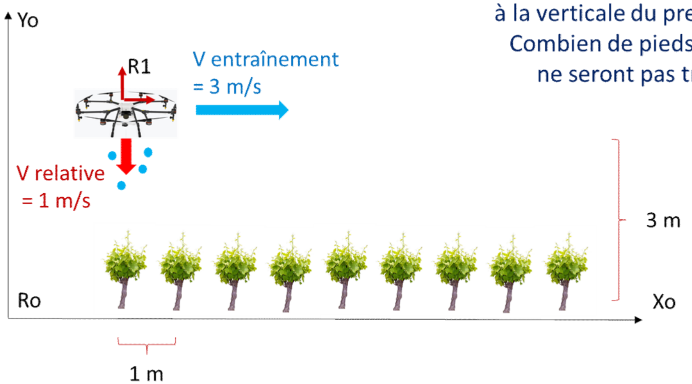
Remarque importante :

Si M n'appartient pas physiquement à R1, il s'agit alors de la vitesse du point de R1 qui coïncide avec M au moment de l'observation…

Illustration: drone de traitement pour la vigne

Versus hélicoptère

On débute la pulvérisation
à la verticale du premier pieds.
Combien de pieds de vigne
ne seront pas traités ?



$$\overrightarrow{V\left(\frac{M}{Ro}\right)} = \overrightarrow{V\left(\frac{M}{Ro}\right)} + \overrightarrow{V\left(\frac{M\epsilon R1}{Ro}\right)}$$

$$\overrightarrow{V\left(\frac{M}{Ro}\right)} = -Vr * \overrightarrow{yo} + Ve * \overrightarrow{xo}$$

$$\begin{cases} Vx = Ve \\ Vy = -Vr \end{cases} \qquad \begin{cases} x = Ve.t \\ y = -Vr.t + h \end{cases}$$

Quand la goutte arrive au sol y = 0 alors t = h/Vr et alors la position horizontale de la goutte est : x=h.Ve/Vr
Soit x = 3*3/1 = 9 m → 9 pieds de vigne ne sont pas traités.

Si on néglige l'effet de la pesanteur la trajectoire de la goutte est une droite : y = -x.Vr/Ve + h = - x/3 + 3.

Et pour notre observateur au milieu du plateau tournant ?

$$\overrightarrow{Vballe/sol} = \overrightarrow{Vballe/plateau} + \overrightarrow{Vballe \in plateau/sol}$$

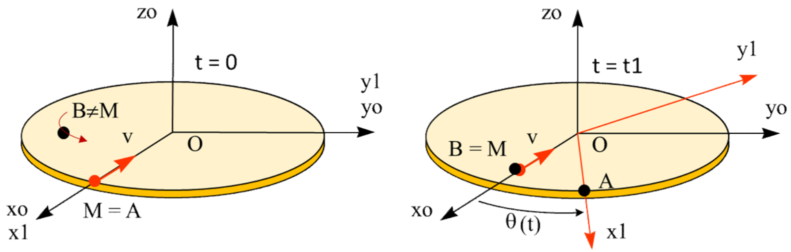
Remarque :

M est en mouvement dans R1 (la balle progresse vers le centre du plateau).

Comment est-il alors possible d'écrire $\overrightarrow{V(\frac{M\epsilon R1}{Ro})} = ?$

Et oui la balle n'appartient pas physiquement au plateau !

On considère en fait chaque point de R1 qui coïncide avec M à l'instant t de l'observation.



Une stratégie pour trouver la trajectoire relative (observée depuis O qui tourne avec R1) consiste à chercher la vitesse relative puis à l' intégrer dans le repère relatif pour trouver la position relative.
On pourrait aussi chercher la trajectoire absolue par intégration de la vitesse absolue et la projeter ensuite dans le repère relatif…