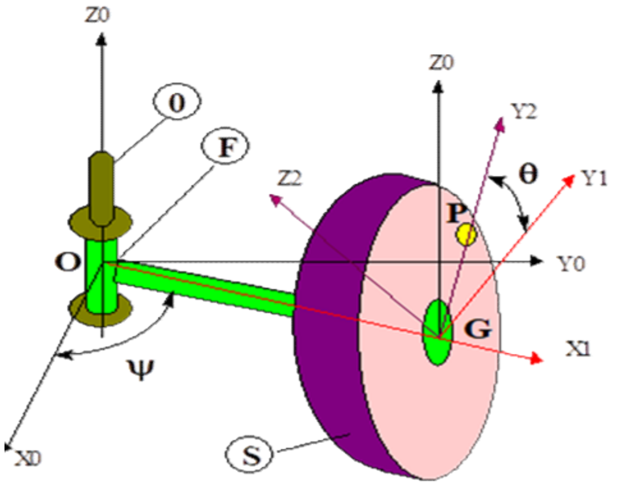
Illustration



Car P et G ∈ $R2$

$$\overrightarrow{V\left(\frac{P\in R2}{Ro}\right)} = \overrightarrow{V\left(\frac{G\in R2}{Ro}\right)} + \overrightarrow{\Omega\left(\frac{R2}{R0}\right)} \wedge \overrightarrow{GP}$$

On s'appuie sur G

$$\overrightarrow{V\left(\frac{G\in R2}{Ro}\right)} = \overrightarrow{V\left(\frac{G\in R1}{Ro}\right)}$$

Car G est sur l'axe de rotation entre R2 et R1

Car P et O ∈ $R1$

On s'appuie sur O

$$\overrightarrow{V\left(\frac{G\in R1}{Ro}\right)} = \underbrace{\overrightarrow{V\left(\frac{O\in R1}{Ro}\right)}}_{\text{Nul, O est fixe}} + \overrightarrow{\Omega\left(\frac{R1}{R0}\right)} \wedge \overrightarrow{OG}$$

$$\overrightarrow{V\left(\frac{P\in R2}{Ro}\right)} = \overrightarrow{\Omega\left(\frac{R1}{R0}\right)} \wedge \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{\Omega\left(\frac{R2}{R0}\right)} \wedge \overrightarrow{GP} = \psi'*\overrightarrow{Zo} \wedge l*\overrightarrow{x1} + \underbrace{[\theta'*\overrightarrow{X1} + \psi'*\overrightarrow{Zo}]}_{\overrightarrow{\Omega\left(\frac{R2}{R0}\right)} = \overrightarrow{\Omega\left(\frac{R2}{R1}\right)} + \overrightarrow{\Omega\left(\frac{R1}{R0}\right)}} \wedge r*\overrightarrow{Y2} \ldots$$

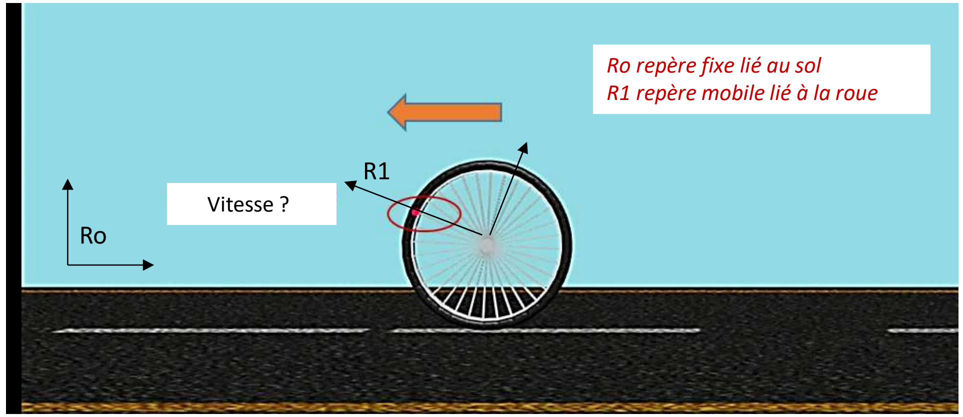
Dossier 007 — **Le Mécanologue**

Ce document est une synthèse du cours présenté — *www.mecanologue.fr*

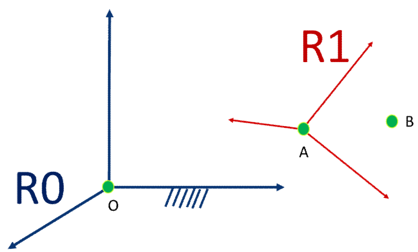
Cette étude porte sur la relation entre vitesses de deux points appartenant à un même repère → c'est le champ des vitesses.

C'est un outil supplémentaire pour développer des calculs de vitesses sans passer par la dérivée de la position.

On souhaite déterminer la trajectoire de la valve (point rouge) de cette roue qui roule sans glisser sur la route, elle ne patine pas.
Ainsi, quand la roue fait un tour elle avance de la valeur de son périmètre.



Champ des vitesses



O fixe
A origine de R1 en mouvement dans Ro
B en mouvement avec R1

A et B appartiennent tous deux à R1

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$$

La dérivation est distributive,
La dérivation d'une somme c'est la somme des dérivations…

$$\vec{V}\left(\frac{B}{Ro}\right) = \left\{\frac{d\overrightarrow{OB}}{dt}\right\}_{R0} = \left\{\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right\}_{R0} + \left\{\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right\}_{R0}$$

Position de A dans Ro. La dérivée est une vitesse.

Ce n'est pas la position de I dans Ro car B n'est pas l'origine de Ro. Ce n'est pas une vitesse ! → on va transformer cette dérivée en produit vectoriel avec la relation de BOUR.

On écrit la relation de BOUR…

$$\vec{V}\left(\frac{B\in R1}{Ro}\right) = \vec{V}\left(\frac{A}{Ro}\right) + \underbrace{\left\{\frac{dA}{dt}\right\}_{R1}}_{} + \overbrace{\Omega\left(\frac{R1}{Ro}\right)\wedge \overrightarrow{AB}}^{\left\{\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right\}_{R0}}$$

Rappel :
vitesse angulaire de R1 tel qu'il évolue vu depuis Ro

Nul car le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est constant dans R1 (il tourne avec)

Précise que A appartient à R1 sinon la relation est fausse puisqu'alors la dérivée de $\overrightarrow{AB}$ n'est plus nulle !

$$\boxed{\vec{V}\left(\frac{B\in R1}{Ro}\right) = \vec{V}\left(\frac{A\in R1}{Ro}\right) + \Omega\left(\frac{R1}{Ro}\right)\wedge \overrightarrow{AB}}$$

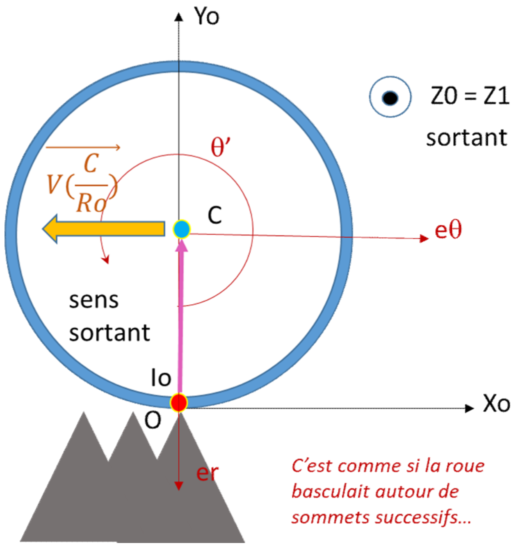
<u>C'est la relation de champ des vitesses</u> qui relie les vitesses de deux points appartenant à un même repère.

ATTENTION, les deux points doivent appartenir au même repère pour que la relation de champ des vitesses soit utilisée.

Dans le cas de la roue, I et C appartiennent tous deux à R1 :

$$\vec{V}\left(\frac{I\in R1}{Ro}\right) = \vec{V}\left(\frac{C\in R1}{Ro}\right) + +\Omega\left(\frac{R1}{Ro}\right)\wedge \overrightarrow{CI}$$

De même alors C et Io appartiennent à R1 → champ des vitesses donc :



ZO = Z1
sortant

$$\overrightarrow{V\left(\frac{C\in R1}{Ro}\right)} = \underbrace{\overrightarrow{V\left(\frac{Io\in R1}{Ro}\right)}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{\Omega\left(\frac{R1}{Ro}\right)}\wedge \overrightarrow{IoC}$$

Car Io constitue un des sommets, sa vitesse est nulle (il est confondu avec la route à l'instant de l'observation) → 0

C'est comme si la roue basculait autour de sommets successifs…

$$\overrightarrow{V\left(\frac{C\in R1}{Ro}\right)} = \vec{0} + \theta' * \underbrace{\overrightarrow{(+Zo)}\wedge R * \overrightarrow{(-er)}}_{\text{Sin(Pi/2)* }\overrightarrow{-Xo}}$$

$$\overrightarrow{V\left(\frac{C\in R1}{Ro}\right)} = \theta'.R * (\overrightarrow{-Xo})$$

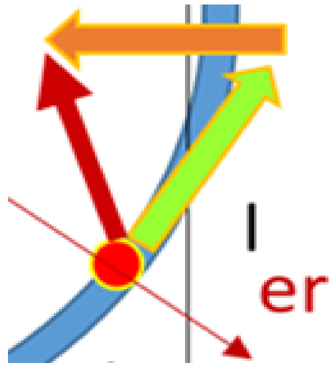
C et I appartiennent à R1 → champ des vitesses donc :

$$\overrightarrow{V\left(\frac{I\in R1}{Ro}\right)} = \overrightarrow{V\left(\frac{C\in R1}{Ro}\right)} + \overrightarrow{\Omega\left(\frac{R1}{Ro}\right)}\wedge \overrightarrow{CI}$$

$$= -\theta'.R * \overrightarrow{X0} + \theta' * \underbrace{\overrightarrow{Zo}\wedge R * \overrightarrow{er}}_{\text{Sin(Pi/2)* }\overrightarrow{+e\theta}}$$

Attention au signe de $\overrightarrow{\Omega\left(\frac{R1}{Ro}\right)}$!

$$\overrightarrow{V\left(\frac{I\in R1}{Ro}\right)} = -\theta'.R * \overrightarrow{X0} + \theta'.R * \overrightarrow{+e\theta}$$



Zo = Z1