TEC : théorème de l'énergie cinétique

Certains problèmes sont plus abordables en considérant les énergies en jeu. On utilise une méthode de résolution dite « énergétique » → le TEC.
Soit E un système de points matériels de centre des masses G :

PFD : $\overrightarrow{F(\frac{\bar E}{E})} = m.\overrightarrow{a\left(\frac{G}{Ro}\right)} = m.\frac{d\overrightarrow{v\left(\frac{G}{Ro}\right)}}{dt}/Ro$

$$\overrightarrow{F(\frac{\bar E}{E})}.\overrightarrow{v\left(\frac{G}{Ro}\right)} = m.\underbrace{\frac{d\overrightarrow{v\left(\frac{G}{Ro}\right)}}{dt}/Ro.\overrightarrow{v\left(\frac{G}{Ro}\right)}}_{V'.V = (V^2)'*\frac{1}{2}}$$

$$P(\frac{\bar E}{E},\frac{E}{Ro}) = \frac{d}{dt}\underbrace{\frac{1}{2}m.\left(\overrightarrow{v\left(\frac{G}{Ro}\right)}\right)^2}_{Ec\ (E/Ro)}$$

$$\boxed{P_{(\bar E/E,\ E/Ro)} = \frac{d}{dt}Ec_{(E/Ro)}}$$

La variation instantanée d'énergie cinétique d'un système est égale à la somme de toutes les puissances développées.

On voit deux approches pour traiter un pb.
1/ avec la PFD
2/ avec le TEC

Le TEC étant issu du PFD les deux écritures sont équivalentes

Alors, quelle est l'énergie contenue dans une batterie de smartphone ?

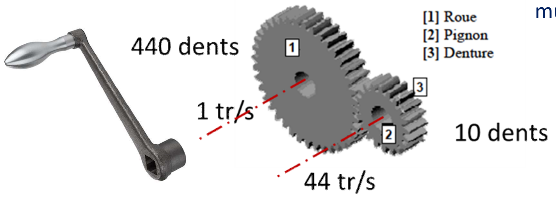
E = 6,6 [Wh] = 6,6 [J/s*3600 s] = 6,6*3600 J = 23760 J

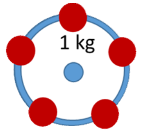
Soit environ l'énergie stockée à l'aide de la baliste !!!

Système à énergie cinétique à l'aide d'une masse de 5 kg.

E = Ec = ½ mv²
v = $\sqrt{2E/m}$
v = $\sqrt{2*23760/5}$ = 97,5 m/s !!!
Obtenir cette vitesse en translation revient à utiliser un système de type baliste à nouveau…

Si on décide de faire tourner cette masse : v = ω.d/2 soit ω = 2v/d = 2*97,5/0,7 = 278 rad/s
Soit 44 tr/s ou 2660 tr/mn possible à l'aide d'un multiplicateur de vitesse…





Roue de vélo 28 ''
soit 0,7 m de diamètre

Densités énergétiques

Ce sont les rapports énergie/masse

Ici densité énergétique = 23760/5 = 4750 J/kg… Assez lamentable !

En effet :

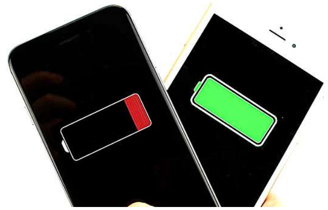
- Uranium (fission) = 79 000 000 MJ/kg } x643 000 !!!
- Hydrogène = 123 MJ/kg } x3
- Essence = 47MJ/kg } x47
- Batterie lithium = 1 MJ/kg } x5
- Batterie plomb/acide = 0,2 MJ/kg

Dossier 5 – Energétique

Le Mécanologue

Ce document est une synthèse du cours présenté *www.mecanologue.fr*

On souhaite réfléchir à un moyen indépendant du réseau électrique pour recharger la batterie d'un smartphone.
Pour y parvenir on pense utiliser un système mécanique qui reste à imaginer…



Energie mécanique

L'énergie mécanique permet à un corps de changer d'état, Elle possède 2 natures.

1/ Modification de la forme d'un corps — **Énergie potentielle Ep**

2/ Modification de la vitesse d'un corps — **Énergie cinétique Ec**

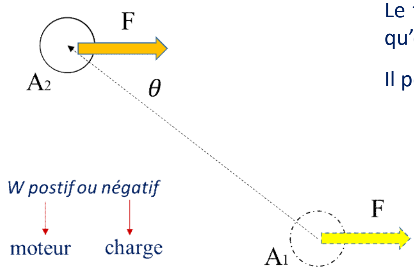
Une autre forme d'énergie permet de transformer la glace en eau ou l'eau en vapeur. Ces changements d'états sont produits par une énergie appelée la ***chaleur***.

L'énergie électrique est liée à la mise en mvt de charges dans un circuit. Une énergie électrique peut se transformer en chaleur dans une résistance, en énergie mécanique dans un moteur…

L'énergie chimique est associée à la liaison des atomes dans les molécules. Quand ces atomes sont réunis en molécules de l'énergie chimique est libérée, le plus souvent en chaleur ou sous forme électrique.

L'énergie nucléaire est localisée dans les noyaux des atomes. La liaison des protons et neutrons en noyaux par des forces nucléaires est la source de l'énergie nucléaire. Une réaction nucléaire, en transformant les édifices des noyaux atomiques, s'accompagne d'un dégagement de chaleur.

Travail d'une action mécanique



Le travail W d'une force sur un corps correspond à l'énergie qu'elle lui fournit quand son point d'application se déplace.

Il permet les déformations et/ou les mouvements.

$\boxed{W = \vec{F}.\overrightarrow{A1A2}\ [J]}$

De même

$\boxed{W = \vec{C}.\vec{\theta}\ [J]}$

Puissance développée par une action mécanique

La puissance correspond à la quantité d'énergie (ou travail) libérée chaque seconde par les actions extérieures à S dans son mouvement dans un repère Ro

$$\boxed{P(\bar S/S,S/R) = \frac{\delta W(\bar S/S,S/R)}{\delta t}\ [W]}$$

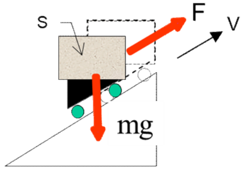
[1W → 1J/s]

Puissance en translation

Puissance en rotation

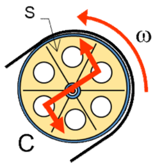
La puissance est motrice (>0) ou résistante au mouvement (<0), l'exprimer à l'aide d'un produit scalaire de deux vecteurs permet de trouver le bon signe.

Comme le segment [A1A2]= V.dt



$$\boxed{P(\bar{S}/S,S/R) = \overrightarrow{F}(\bar{S}/S) . \overrightarrow{V}(S/R) \quad [W]}$$

comme l'angle $\theta = \omega.dt$

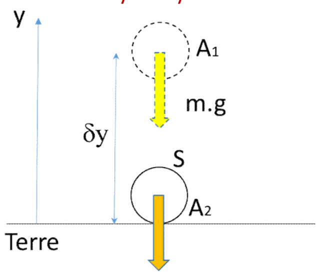


$$\boxed{P(\bar{S}/S,S/R) = \overrightarrow{C}(\bar{S}/S) . \overrightarrow{\omega}(S/R) \quad [W]}$$

Energie potentielle de pesanteur

Déformation du système « Terre + S »

r ou y <<rayon terrestre



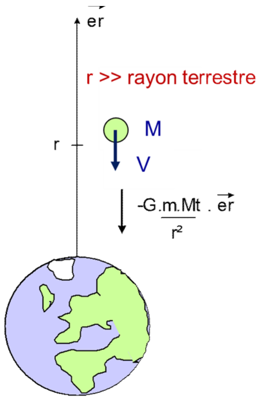
$\delta W = \overrightarrow{m.g}.\overrightarrow{A1A2} = mg * \overrightarrow{-y}.(\delta y)\overrightarrow{-y} = mg * \delta y$

Ep = mg.y +K (constante d'intégration)
Par convention, Ep = 0 si y = 0 → K = 0

$$\boxed{Ep = m.g.h \quad [J]}$$

Ep positif ou négatif selon les cas.

Energie potentielle de gravitation



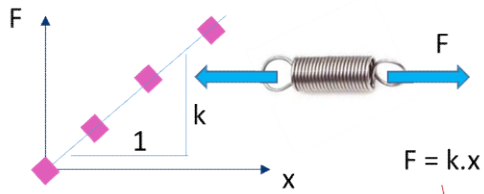
Travail élémentaire
$\delta W = \vec{F}.\overrightarrow{A1A2} = \frac{GmMt}{r^2} * \overrightarrow{-er}.\delta r * \overrightarrow{-er} = \frac{GmMt}{r^2}.\delta r$
$W = -\frac{GmMt}{r} + K$

$$\boxed{Ep = -\frac{GmMt}{r} \quad [J]}$$

Par convention, Ep = 0 si r = ∞ → K = 0

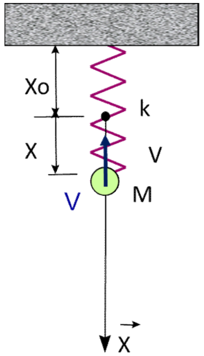
Ep négatif.

Déformation du ressort



F = k.x

Pente droite = raideur du ressort [N/m]



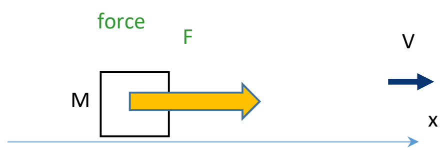
Travail élémentaire
$\delta W = \vec{F}.\overrightarrow{A1A2} = k.x * \overrightarrow{-x}.\delta x * \overrightarrow{-x} = k.x *.\delta x$
$W = \frac{1}{2}k.x^2 + K$

$$\boxed{Ep = 1/2\ k.x^2 \quad (J)}$$

Ep positif

Par convention, Ep = 0 si x = 0 → K = 0

Energie cinétique d'un point matériel



En projection :
PFD: F = m.a = m.dv/dt

→ $\delta W = \vec{F}.\overrightarrow{A1A2}$ = m.dv/dt $*\vec{x}.\delta x * \vec{x}$
= m.dv/dt .$v\delta t$ = mvdv
$W = \frac{1}{2}m.v^2 + K$

Or par convention Ec = 0 si v = 0 → K = 0

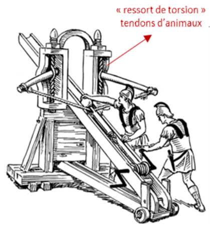
$$\boxed{Ec = 1/2\ m.v^2 \quad [J]}$$

Ec toujours positif

Illustration :

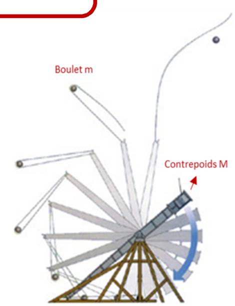
-1300
FRONDE
m = 0,075 kg
portée = 200 m
vitesse 20 m/s

$Ec = \frac{1}{2} * 0{,}075 * 20^2$
= 15 J



-300
BALISTE
m = 20 kg
portée = 300 m
vitesse 45 m/s

$Ec = \frac{1}{2} * 20 * 45^2$
= 20250 J



+1100
TREBUCHET
m = 140 kg
portée 200 mètres

M = 10 tonnes chutant de 5 m
Ep(M)=Ec(m) = 10000*9,81*5
Ec = 490500 J
$V = \sqrt{2 * 490500/140} = 84\ m/s$

+1600
CANON
boulet m = 18 kg
portée = 2500 m
vitesse 450 m/s

$Ec = \frac{1}{2} * 18 * 450^2$
= 1 822 500 J !!!