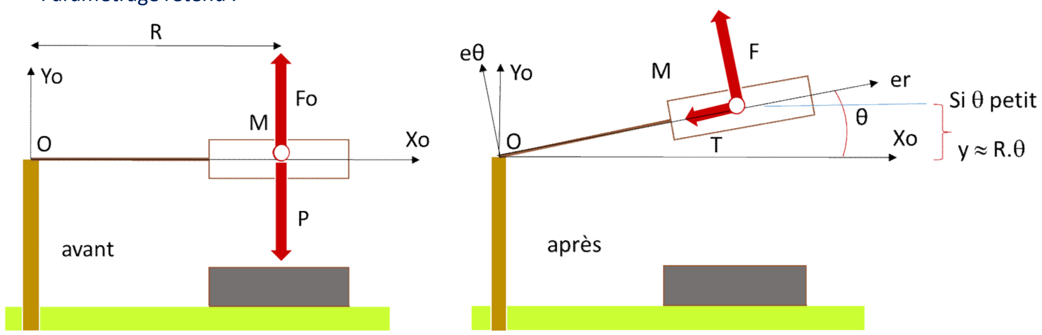
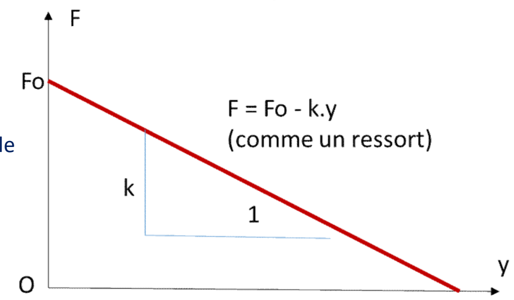
Paramétrage retenu :



t = 0
État de référence

t > 0
P est compensé

On suppose que la force F est proportionnelle à la distance Y.



PFD appliqué à aimant 2,
équation de moments observés en O,
on écarte à peine l'aimant de sa position d'équilibre

$$F.R * \overrightarrow{Zo} + P.R * \overrightarrow{-Zo} = \overrightarrow{\delta(O,\frac{M}{Ro})}$$

Or $\overrightarrow{\delta(O,\frac{M}{Ro})}$ = m. $\overrightarrow{a(\frac{M}{Ro})} \wedge \overrightarrow{MO}$ = m {-R. $\theta'^2 * \overrightarrow{er}$ + R. $\theta'' * \overrightarrow{e\theta}$ }$\wedge -R.\overrightarrow{er}$ = +m.R². $\theta'' * \vec{Z}$

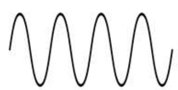
en projection sur $(O,\vec{Z})$:

F. R − PR = m.R². θ′′ or F = Fo – k.y = P - ky

Donc − k. y. R = m.R. y′′ soit enfin $y'' + \frac{k}{m}.y = 0$

équation différentielle qui régit les oscillations de la masse.

$$y = \text{Ymaxi}.\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$$



La réponse du capteur est donc notamment fonction des paramètres m et k…

4 – Quantité d'accélération

Le Mécanologue

Ce document est une synthèse du cours présenté

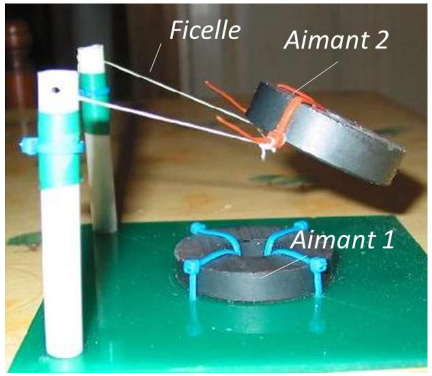
www.mecanologue.fr

Etude d'un détecteur de vibrations

Cinématique du point
On étudie les mouvements de points sans se préoccuper ni des forces, ni des masses.

Cinétique du point
On ajoute la notion de masse, c'est le cas du point matériel en mouvement.

Dynamique du point
On ajoute la notion d'action mécanique qui vient influencer les trajectoires des points matériels en mouvement.
C'est le cas général de la vie courante…

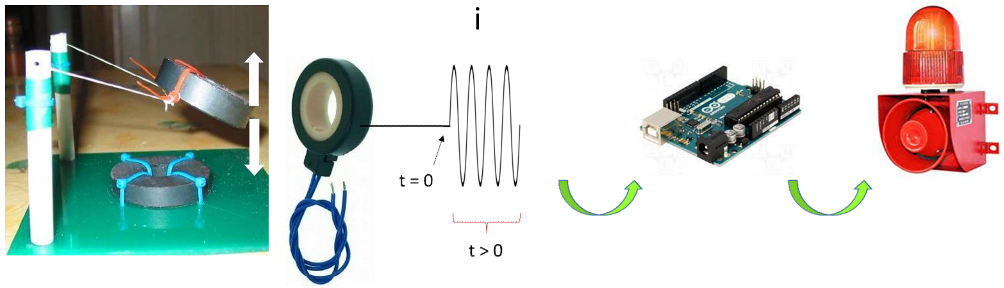


On souhaite réaliser un détecteur d'intrusion qui déclenche une alarme si un mouvement est détecté.

Le capteur utilisé est composé de deux aimants.
Un aimant 2 est maintenu par deux ficelles et repoussé dans sa chute pas la force d'un aimant 1.
→ L'aimant 2 « flotte » sur l'aimant 1 sans frottement pratiquement.

Le mouvement de l'aimant suspendu provoque une variation du champ magnétique devant la bobine
→ Il y a induction d'un courant dans celle-ci

La tension qui apparait aux bornes de la bobine est numérisée à l'aide d'un microcontrôleur qui selon le seuil de déclenchement programmé, commande une alarme…



Le repère GALILEEN

Un repère galiléen est défini comme un repère dans lequel le mouvement de tout corps non influencé par une force est rectiligne uniforme.

Pour vérifier qu'un repère est galiléen, il faut vérifier qu'il est en translation (pas une rotation) rectiligne (le mouvement est selon une droite) uniforme (vecteur vitesse constant) par rapport à un autre repère galiléen.

Le repère de Copernic admet comme origine le centre du système solaire et ses axes sont orientés vers trois étoiles.
Le repère de Kepler est lui centré au centre du Soleil.
Ces deux repères sont très proches puisque le Soleil concentre à lui seul 99 % de la masse du système solaire!
La distance moyenne entre le Soleil et le centre de la galaxie vaut R = 30000 années lumière et il évolue à environ 300 kilomètres par seconde dans celle-ci. D'où une accélération moyenne égale à 3.10-9 m/s². La vitesse ne varie presque pas.

⇨ TRES FAIBLE !

Le repère géocentrique admet pour origine le centre de la Terre. Il fait un tour autour du Soleil en une année à une distance moyenne de 150 millions de kilomètres. D'où une accélération moyenne de 0.006 m/s².

⇨ TRES FAIBLE !

Et le repère terrestre (ou de laboratoire) est centré quelque part à la surface de la Terre qui tourne sur elle-même à raison de une révolution par jour. Son rayon à l'équateur vaut 6400 kilomètres. D'où une accélération égale à 0,03 m/s².

⇨ FAIBLE !

→ A priori la Terre qui tourne sur elle-même et autour du Soleil, lui même en mouvement dans la Voie Lactée en mouvement elle-même dans l'univers, ne constitue pas un référentiel galiléen.
Mais on le voit toutes ces accélérations sont faibles alors… …le PFD reste valable dans ces repères galiléens dits approchés.

Attention, ces repères ne « fonctionnent » plus si on veut mettre en évidence les effets liés à ces faibles accélérations (effets liés à la rotation terrestre comme par exemple effets de CORIOLIS)

Quantité d'accélération

On l'appelle aussi RESULTANTE DYNAMIQUE de M relativement à R.

$$\boxed{\overrightarrow{Rd}_{M/R} = m.\vec{a}_{M/R}}$$

Moment développé par les quantité d'accélération

On l'appelle aussi MOMENT DYNAMIQUE de M relativement à R observé en A.

$$\vec{\delta}_{(A,M/R)} = m.\vec{a}_{M/R} \wedge \overrightarrow{MA}$$

Dans un mouvement circulaire d'axe $A\vec{Z}$ où $\overrightarrow{MA} = \mathrm{r}.\vec{er}$ et $\overrightarrow{a\left(\frac{M}{R}\right)} = -\mathrm{r}.\theta'^2.\vec{er} + \mathrm{r}.\theta''.\vec{e\theta}$

le calcul aboutit à :

$$\boxed{\vec{\delta}_{(A,M/R)} = m.r^2.\theta''.\vec{Z}}$$

Principe Fondamental de la Dynamique (PFD).

Enoncé par Isaac NEWTON en 1686 et connu aussi sous le nom de « deuxième loi » pour un point matériel. **On se place dans le repère galiléen.**

Équilibre dynamique des forces

$$\boxed{\vec{F}_{(\overline{M}/M)} = \underbrace{\overrightarrow{Rd}_{M/R_o}}_{\text{Quantité d'accélération (force d'inertie au signe près)}}}$$

Repère galiléen ou repère absolu (absolument fixe)

Équilibre dynamique des moments

$$\boxed{\vec{M}_{(A,\overline{M}/M)} = \underbrace{\overrightarrow{\delta\left(A,\frac{M}{Ro}\right)}}_{\text{Moment de la quantité d'accélération (ou moment force d'inertie au signe près)}}}$$

Point d'observation Ici A

Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) selon D'ALEMBERT.

Équilibre dynamique des forces

$$\boxed{\vec{F}_{(\overline{E}/E)} \underbrace{- m_E.\vec{a}_{G/R_o}}_{\text{Fi force d'inertie)}} = \vec{0}}$$

$$\boxed{\vec{F}_{(\overline{E}/E)} + \vec{F_i} = \vec{0}}$$

Pour un ensemble de points E de centre d'inertie G le PFD s'écrit :

Centre d'inertie

Équilibre dynamique des forces

$$\boxed{\vec{F}_{(\overline{E}/E)} = \underbrace{m_E.\vec{a}_{G/R_o}}_{\text{Quantité d'accélération (force d'inertie au signe près)}}}$$

E ensemble de points matériels

Repère galiléen ou repère absolu (absolument fixe)

Équilibre dynamique des moments

$$\boxed{\vec{M}_{(A,\overline{E}/E)} = \underbrace{m_E.\vec{a}_{G/R_o} \wedge \overrightarrow{GA}}_{\text{Moment de la quantité d'accélération (ou moment force d'inertie au signe près)}}}$$

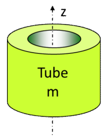
Point d'observation Ici A

$$\overrightarrow{\delta\left(A,\frac{G}{Ro}\right)}$$

Moment dynamique en A de G/Ro DELTA

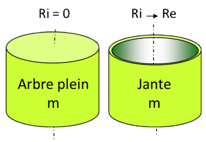
2 équations vectorielles → 6 équations scalaires

Si l'ensemble E forme un tube S de masse m composé d'une infinité de points matériels M de masse élémentaire dm, le PFD s'écrit :



Re = rayon extérieur
Ri = rayon intérieur

$$\boxed{Jz = m_{(tube)}.\frac{(\mathrm{Re}^2 + Ri^2)}{2}}$$



Équilibre dynamique des moments

$$\boxed{\vec{M}_{(A,\overline{S}/S)} = Jz.\theta''.\vec{Z}}$$