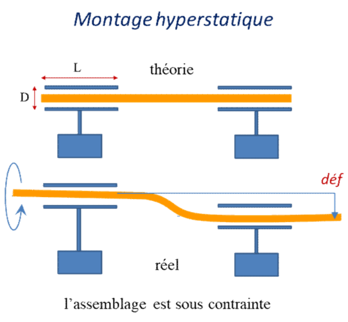
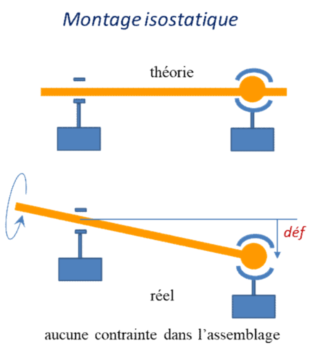
Dans le montage de gauche il est impossible de fabriquer 2 liaisons parfaitement coaxiales. Aussi l'arbre doit être contraint pour compenser le défaut et être monté dans le moyeu.

Dans le montage de droite, ce sont les libertés laissées par les liaisons qui permettent de compenser le défaut. L'arbre est monté dans le moyeu sans contrainte…

→ Le choix des natures des liaisons au moment de la conception est absolument déterminant !





Le choix et l'agencement des liaisons obéit en fait à des ***règles strictes*** pour garantir un montage et un fonctionnement sans surprise.

Le mécanisme doit notamment être ***isostatique ⇔ tous les mouvements possibles entre pièces doivent pouvoir être calculés à partir du mouvement source par les lois de la cinématique.***

1 loi de composition des vitesses écrite avec les torseurs cinématiques offre 6 équations.

$$\overrightarrow{V1/2 + V2/3 + V3/4 + V4/1 = V1/1 = 0}$$

$$\overrightarrow{\omega 1/2 + \omega\, 2/3 + \omega\, 3/4 + \omega\, 4/1 = \omega\, 1/1 = 0}$$

2 équations vectorielles
*soit 2*3 = 6 équations scalaires (projections)*

N liaisons = 6xN coordonnées de torseurs
SLI = sommes des degrés de liaisons
M = mouvement connus (vitesse d'un moteur, mouvement imposé à zéro…)
6 nombre d'équations possibles

Nombre équations - Nombre mouvements à calculer = υ (Nu) degré d'hyperstatisme

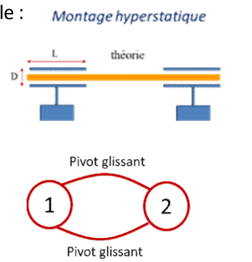
$$\underbrace{\text{Nombre équations}}_{6} - \underbrace{\text{Nombre mouvements à calculer}}_{(6N - SLI - M)} = \upsilon$$

$$\boxed{6.(N-1) - SLI = M - \upsilon}$$

LOI DE MOBILITES valable pour une chaîne cinématique fermée.

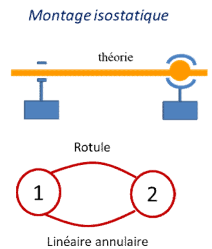
On cherche à trouver $\upsilon = 0$
Dans ce cas le mécanisme est dit ISOSTATIQUE et le choix des liaison est validé.
Si $\upsilon > 0$ alors le mécanisme est hyperstatique et l'assemblage comme le fonctionnement sont contraints (forcés).
Si $\upsilon < 0$ alors le mécanisme ne se tient pas, trop de mouvements sont possibles.

Exemple :



N = 2
Sll = 8
M = 2

$6.(2-1) - 8 = 2 - \upsilon$
$\upsilon = 4$

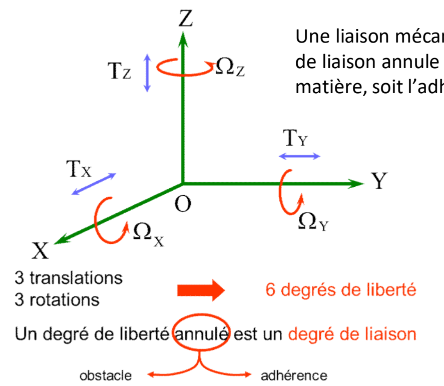


N = 2
Sll = 5
M = 1

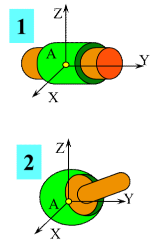
$6.(2-1) - 5 = 1 - \upsilon$
$\upsilon = 0$

Dossier 1
Caractérisation des liaisons mécaniques

Ce document est une synthèse du cours présenté



Une liaison mécanique admet des degrés de liberté et des degrés de liaison. Le degré de liaison annule le degré de liberté. Pour ceci on utilise soit un obstacle constitué de matière, soit l'adhérence, ou bien les deux en même temps… 2 exemples :



Liaison pivot glissant d'axe Ay
2 DDLIB
1 Tr suivant Ay.
1 Ro autour de Ay
4 DDLIA
Tr suivant Ax et Az interdites
Ro autour de Ax et Az interdites

Liaison rotule de centre A
3 DDLIB
3 Ro autour de Ax, Ay et Az
3 DDLIA
Tr suivant Ax, Ay et Az interdites

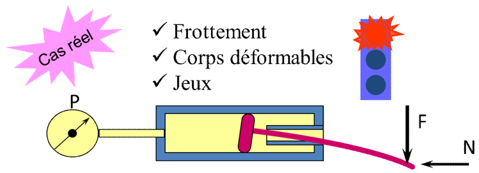
On appelle liaison entre 2 solides un dispositif mécanique répondant aux 3 critères suivants :

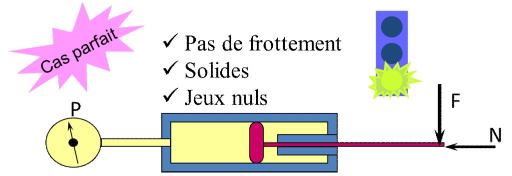
- ✓critère géométrique : certaines parties des deux solides coïncident parfaitement
- ✓critère cinématique : il existe des degrés de liaisons entre les deux solides
- ✓critère dynamique : des actions mécaniques peuvent être transmises d'un solide à l'autre

Les conditions réelles comprennent des déformations, des frottements et des jeux ce qui est complexe à analyser car ces valeurs ne sont pas toujours connues avec exactitude.

On développe un modèle idéal de liaison qui fonctionne sans jeu ni frottement ni déformation.
C'est le modèle de la liaison parfaite.

On gardera en tête les limites de ce modèle mais aussi sa simplicité qui permet de poser des mathématiques sur notre problème.

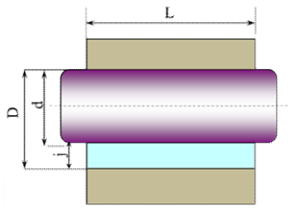




Considérons une liaison réelle que l'on souhaite classifier en liaison parfaite la plus proche.
La question se pose de savoir si le jeu existant entre les deux pièces est à prendre en ligne de compte, il est alors vu comme un degré de liberté, ou bien s'il peut être négligé.
C'est un choix important car il impacte le nombre de degrés de liberté et donc la nature même de la liaison.

Le jeu dans une liaison mécanique précisément ajustée est égal, en toute première approximation, au diamètre sur 2000, j#D/2000.

Par exemple, un arbre de diamètre 20 mm pourra fonctionner correctement dans un moyeu de diamètre 20,01 mm (soit un jeu moyen de 10 microns).



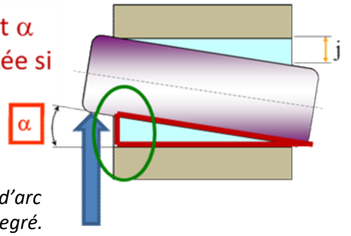
j = D/2000

$\tan\alpha = j/L = D/2000/L = D/2000L$

$L/D = 1/(2000.\tan\alpha)$

AN: $= L/D = 1/[2000.\tan(1/60°)] \approx 1{,}7$

Boîtement α non comptée si α < 1'



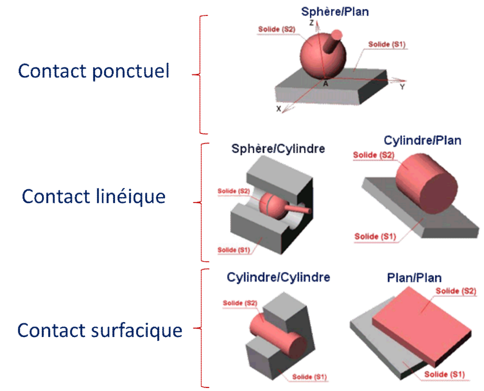
Rappel :
1' = 1 minute d'arc soit 1/60 de degré.

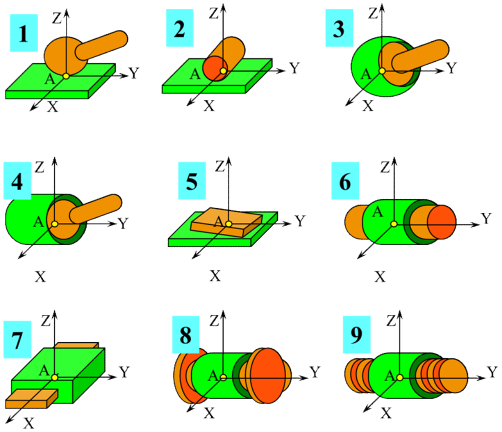
On montre alors facilement qu'avec un jeu de cet ordre de grandeur, la qualité du guidage de l'arbre dans le moyeu, qui tient compte de l'angle de boitement de l'arbre α, est fonction du rapport L/D = longueur guidage/diamètre arbre.

Typiquement, si L/D > 1,5, le guidage est supposé long et le boitement est alors négligé.

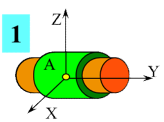
Sinon, le boitement doit être pris en considération dans les mouvements possibles de l'arbre, il compte comme un degré de liberté…

Les principales liaisons sont définies à partir de la nature du contact entre les deux solides étudiés (solides dits « en mains »). On peut en compter principalement 9.



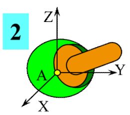


Selon les degrés de liberté et de liaison recensés une fois la liaison tenue en mains il devient possible de la reconnaître et de la caractériser. Par exemple :



Liaison pivot glissant d'axe Ay
2 DDLIB
- 1 Tr suivant Ay.
- 1 Ro autour de Ay

4 DDLIA
- Tr suivant Ax et Az interdites
- Ro autour de Ax et Az interdites



Liaison rotule de centre A
3 DDLIB
- 3 Ro autour de Ax, Ay et Az

3 DDLIA
- Tr suivant Ax, Ay et Az interdites

Le torseur de liaison est l'outil mathématique qui permet de décrire les actions de liaisons qui annulent des degrés de liberté (par obstacle ou par adhérence).
C'est un tableau qui comporte deux colonnes.
La première décrit les coordonnées d'un vecteur force et la seconde les coordonnées d'un vecteur moment.
La relation de champ de moment relie les coordonnées de ces deux vecteurs.
Les moments sont observées en un point précisé en bas à droite du torseur…

$$T(S1/S2) = \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}_{\text{point d'observation}}$$

effort [N] moment [N.m]

Convention d'écriture du torseur de liaison

Les valeurs non nulles correspondent aux degrés de liaison et les zéros aux degrés de liberté.

On obtient avec la convention précédente :

1/ liaison ponctuelle
$$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_A$$
On ne doit pas rompre le contact

2/ liaison linéaire rectiligne d'axe Ax
$$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_A$$

3/ liaison rotule de centre A
$$\begin{Bmatrix} X & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_A$$

4/ liaison linéaire annulaire d'axe Ay
$$\begin{Bmatrix} X & 0 \\ 0 & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_A$$

5/ liaison plane de normale Az
$$\begin{Bmatrix} 0 & L \\ 0 & M \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_A$$

6/ liaison pivot glissant d' axe Ay
$$\begin{Bmatrix} X & L \\ 0 & 0 \\ Z & N \end{Bmatrix}_A$$

7/ liaison glissière d' axe Ax
$$\begin{Bmatrix} 0 & L \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}_A$$

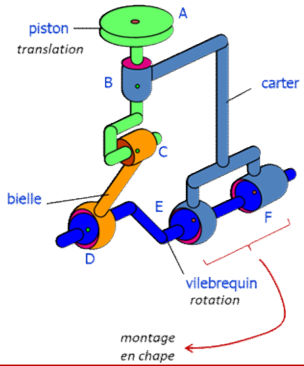
8/ liaison pivot d' axe Ay
$$\begin{Bmatrix} X & L \\ Y & 0 \\ Z & N \end{Bmatrix}_A$$

9/ liaison glissière hélicoïdale d' axe Ay
$$\begin{Bmatrix} X & L \\ Y = k.M & M \\ Z & N \end{Bmatrix}_A$$
Effort axial proportionnelle au moment axial…

Attention l'écriture du torseur étant directement liée au repère choisi. Comme ce dernier peut être très différent il convient de ne pas apprendre ces torseurs par cœur, il faut savoir les retrouver…

Dans le cadre de ces liaisons et généralement :

- si L/D > 1,5 → on parle de liaison longue qui peut correspondre à liaison pivot, pivot glissant et glissière.
- sinon L/D < 1,5 → on parle de liaison courte qui peut correspondre à liaison rotule et linéaire annulaire.



Le graphe des liaisons permet de lister les pièces qui composent un mécanisme et les liaisons entre elles.