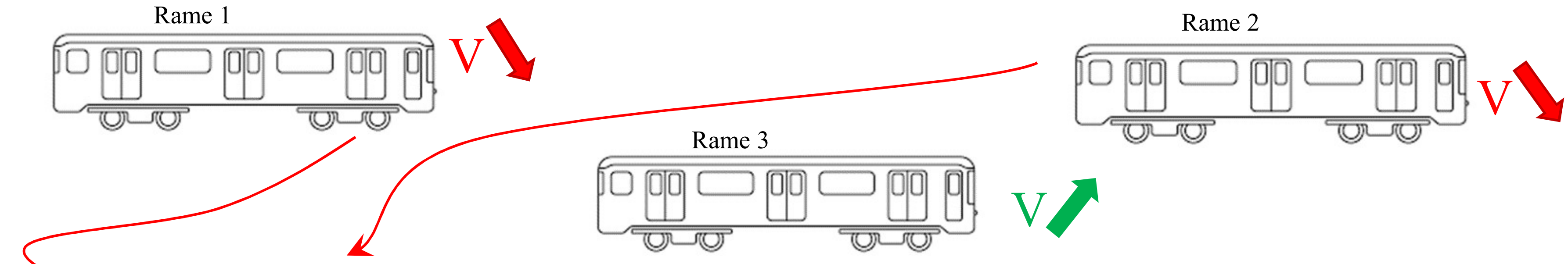
Mécanique des systèmes

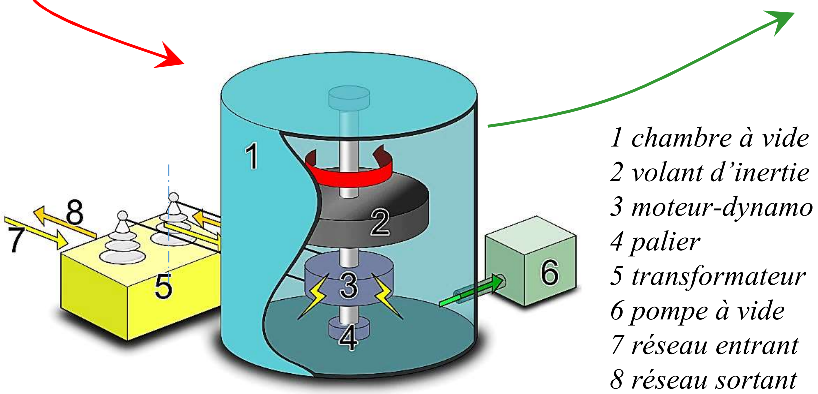
Version 2024

Etude n°5

Cette étude porte sur des notions d'énergétique.

Un système à stockage inertiel (SSI) a été mis en place pour limiter les pertes liées au freinage des rames.
Une partie de cette énergie est transformée en électricité dans la rame même et stockée, via le réseau, dans un volant d'inertie central déporté en gare. Elle peut ensuite être restituée aux rames qui accélèrent.
Système unique en France en 2011 et très rare en Europe dans une ville qui fût longtemps la plus petite du monde à posséder un métro !



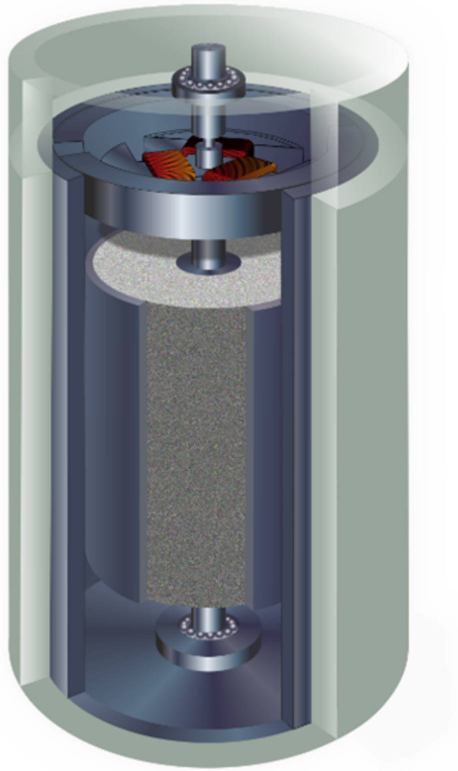


Placé au centre de la ligne, le système accumule de l'énergie provenant des freinages des 24 rames grâce à un volant d'inertie d'une masse tournante de 2,5 tonnes. L'énergie récupérée est ensuite restituée en fonction des besoins de la ligne.
Ce système permet de récupérer 230000 kwh par an soit 11 jours de consommation électrique du métro (3%).

Etude n°5

Le stockage de l’électricité est un enjeu stratégique de la transition énergétique.
Les volants d’inertie font aujourd’hui l’objet de nouveaux développements dans le but d’assurer le lissage de la production des énergies renouvelables (onduleurs, installation photovoltaïques…).
Différentes solutions ont été mises au point pour minimiser les pertes d’énergie pendant la phase stationnaire : l’utilisation de roulements à bille haute performance, l’enfermement du rotor dans une enceinte sous vide, la suspension magnétique de l’axe, etc…
Pour le volant, des matériaux nouveaux sont aussi mis en œuvre. Auparavant réalisés en fonte ou en acier, ils sont maintenant constitués de fibres de verre ou de carbone, de kevlar, ou bien même de béton !

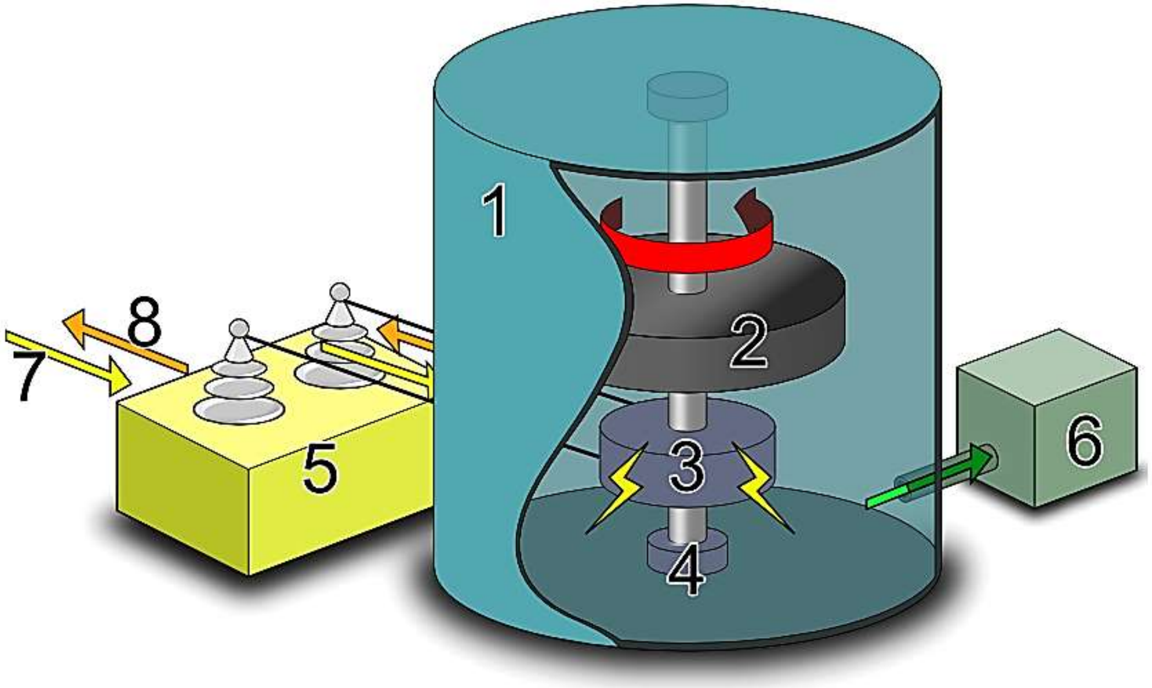
Volant d’inertie en carbone
(Beacon Power USA)



Volant d’inertie en béton
(Energiestro Belfort)

Etude n°5

Stockage d’énergie par volant d’inertie



1 chambre à vide
2 volant d’inertie
3 moteur-dynamo
4 palier
5 transformateur
6 pompe à vide
7 réseau entrant
8 réseau sortant

- Dimensions du volant pour stocker une énergie donnée?
- Quel matériau à la meilleure densité d’énergie [Wh/kg] ?

Etude n°5

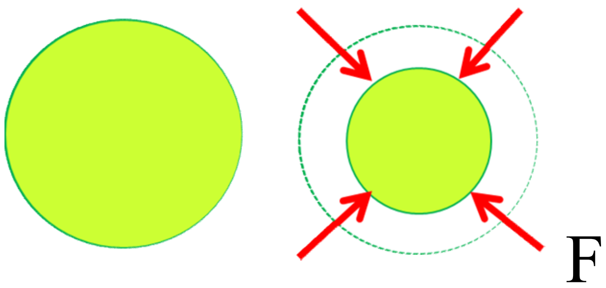
Comment définir la notion d'énergie mécanique ?

L'énergie mécanique permet à un corps de changer d'état.

Elle possède 2 natures :

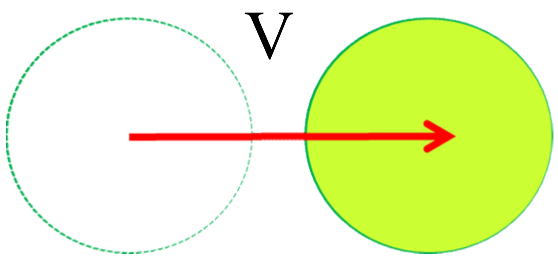
1/ Modification de la forme d'un corps

Énergie potentielle Ep



2/ Modification de la vitesse d'un corps

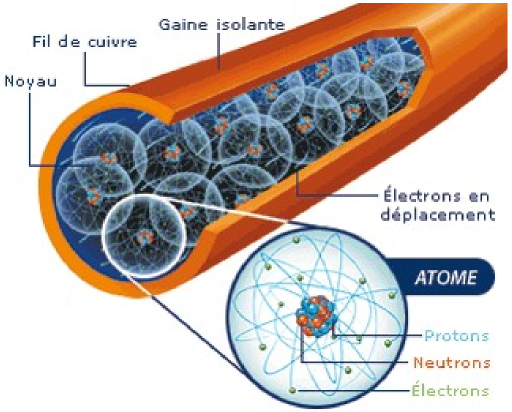
Énergie cinétique Ec



Etude n°5

Une autre forme d'énergie permet de transformer la glace en eau ou l'eau en vapeur.

Ces changements d'états sont produits par une énergie appelée la ***chaleur***.



L'énergie électrique est liée à la mise en mvt de charges dans un circuit. Une énergie électrique peut se transformer en chaleur dans une résistance, en énergie mécanique dans un moteur…

L'énergie chimique est associée à la liaison des atomes dans les molécules. Quand ces atomes sont réunis en molécules de l'énergie chimique est libérée, le plus souvent en chaleur ou sous forme électrique.

L'énergie nucléaire est localisée dans les noyaux des atomes. La liaison des protons et neutrons en noyaux par des forces nucléaires est la source de l'énergie nucléaire. Une réaction nucléaire, en transformant les édifices des noyaux atomiques, s'accompagne d'un dégagement de chaleur.

Etude n°5

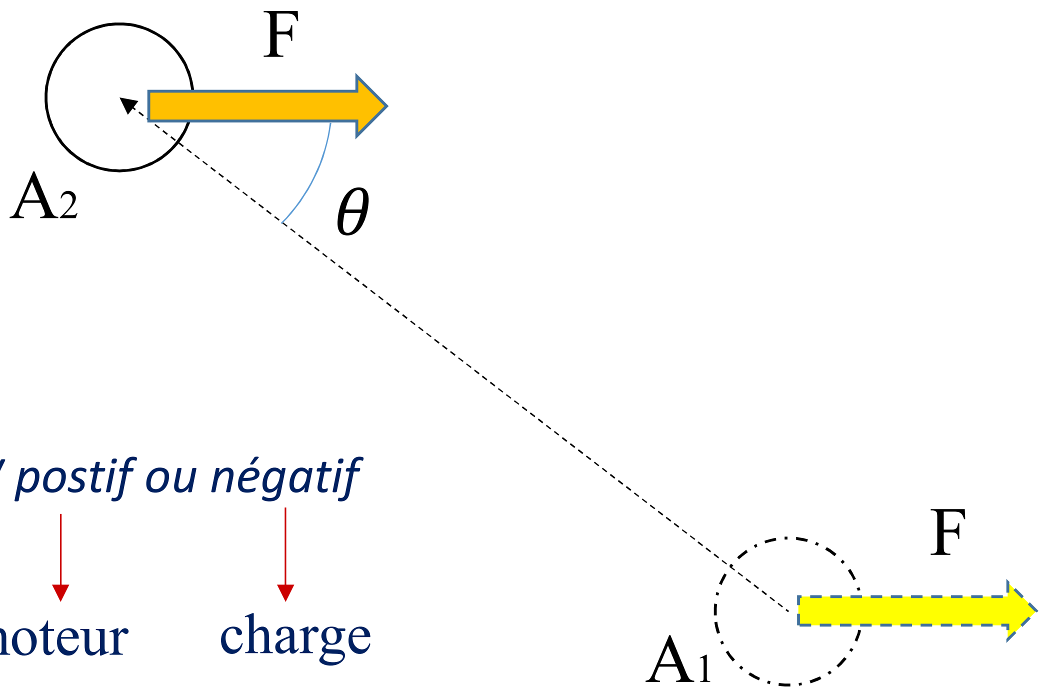
Comment définir la notion de travail d'une force ?

On doit faire appel à une action mécanique pour déformer un système ou le mettre en mouvement.

Le travail W d'une force sur un corps correspond à l'énergie qu'elle lui fournit quand son point d'application se déplace.

Il permet les déformations et/ou les mouvements.

$$W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{A_1A_2} \qquad [J]$$



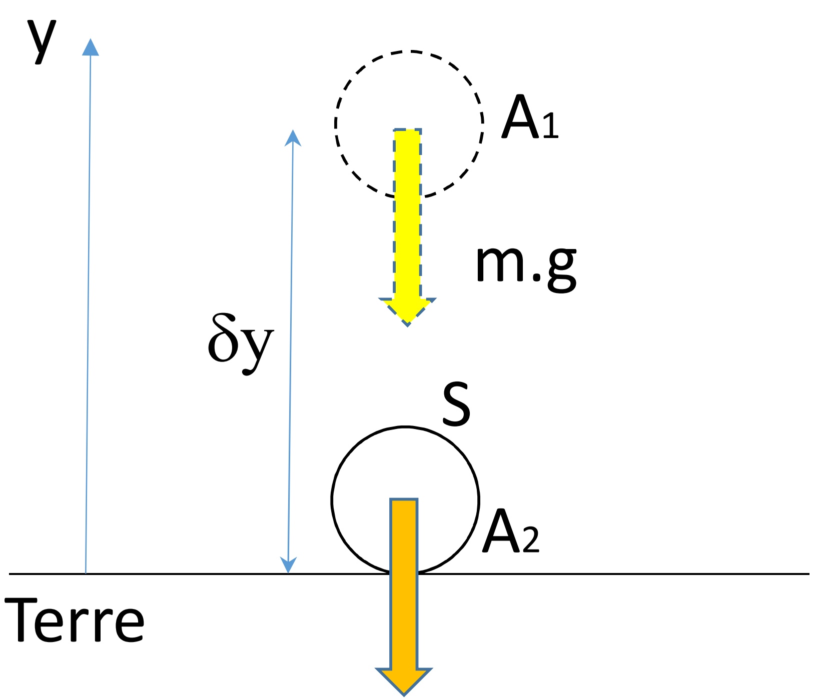
W postif ou négatif

moteur charge

W initialement en [N.m],
finalement en JOULE [J] pour éviter toute confusion avec le moment d'une force.

Etude n°5

Déformation du système « Terre + S »



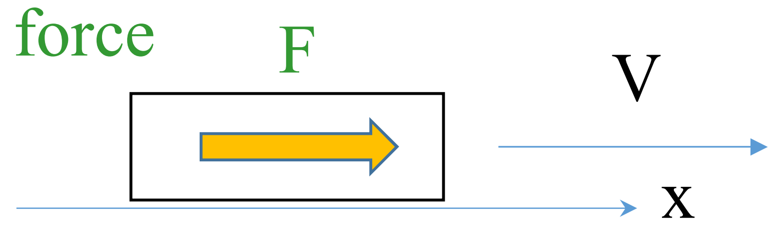
$$\delta W = \overrightarrow{m.g}.\overrightarrow{A1A2} = mg * \overrightarrow{-y}.(\delta y)\overrightarrow{-y} = mg * \delta y$$

$Ep = mg.y$ +K (constante d'intégration)

Par convention, Ep = 0 si y = 0 → K = 0

Ep positif ou négatif.

Mouvement en translation de S



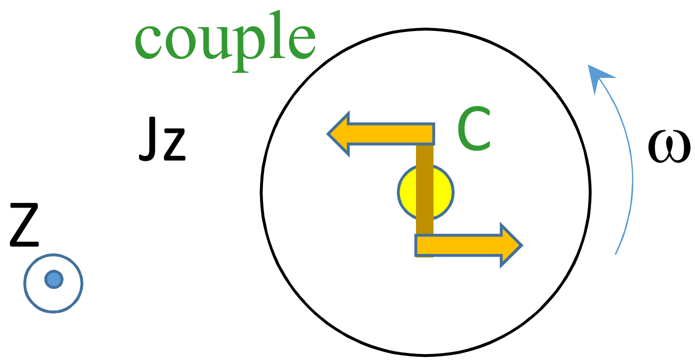
En projection :

PFD: F = m.dv/dt → $\delta W = F.\ \delta x = m.dv/dt\ .\ v.dt = m.v.\underbrace{dv}_{\text{Primitive} = v^2/2}$

$Ec = \frac{1}{2} m.v^2$ +K Ec = 0 si v = 0 → K = 0

Ec toujours positif

Mouvement en rotation de S



En projection

PFD: C = J.dω/dt → $\delta W = C.\ \delta\theta = J.d\omega/dt.\ \omega.dt = J.\omega.d\omega$

Primitive = $\omega^2/2$

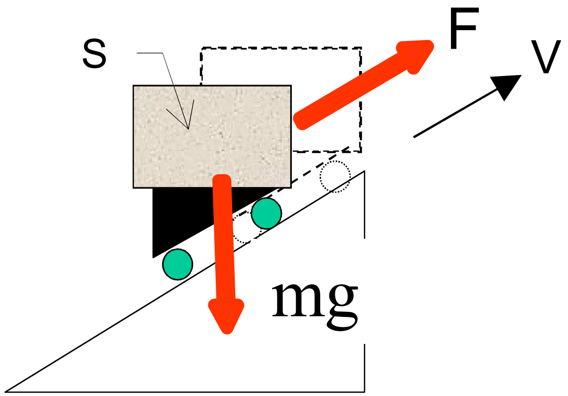
$Ec = 1/2 J\omega^2$ + K Ec = 0 si ω = 0 → K = 0

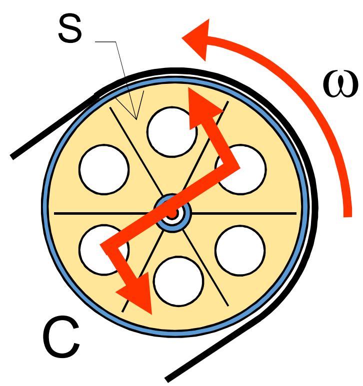
Etude n°5

Comment définir la notion de puissance développée par une action mécanique?

La puissance correspond à la quantité d'énergie (ou travail) libérée chaque seconde.

$$P(\overline{S}/S,S/R) = \frac{\delta W(\overline{S}/S,S/R)}{\delta t}$$





$$P(\overline{S}/S,S/R) = \vec{F}(\overline{S}/S) \cdot \vec{V}(S/R) \quad [W]$$

$[1W \rightarrow 1J/s]$

$$P(\overline{S}/S,S/R) = \vec{C}(\overline{S}/S) \cdot \vec{\omega}(S/R) \quad [W]$$

Ici :
F puissance > 0
mg puissance < 0
C puissance > 0

Translation

Rotation

Etude n°5

Théorème de l’Energie Cinétique (TEC)

On voit deux approches pour traiter un pb.

1/ avec la PFD
2/ avec le TEC

Le TEC étant issu du PFD les deux écritures sont équivalentes

PFD :

$$\overrightarrow{F\left(\frac{\bar{S}}{S}\right)} = \mathrm{m}.\overrightarrow{a\left(\frac{G}{Ro}\right)} = \mathrm{m}.\frac{\overrightarrow{dv\left(\frac{G}{Ro}\right)}}{dt}/Ro$$

$$\overrightarrow{M\left(\frac{\bar{S}}{E}\right)} = \mathrm{J}.\frac{\overrightarrow{d\omega\left(\frac{S}{Ro}\right)}}{dt}/Ro$$

Tapez une équation ici.

① $$\underbrace{\overrightarrow{F\left(\frac{\bar{S}}{S}\right)}.\overrightarrow{v\left(\frac{G}{Ro}\right)}}_{\textit{Puissance développée par F sur S}} = \mathrm{m}.\frac{\overrightarrow{dv\left(\frac{G}{Ro}\right)}}{dt}.\overrightarrow{v\left(\frac{G}{Ro}\right)} = \frac{d}{dt}(1/2*\mathrm{mv}^2)$$

② $$\underbrace{\overrightarrow{M\left(\frac{\bar{S}}{E}\right)}\ .\ \overrightarrow{\omega\left(\frac{S}{Ro}\right)}}_{\textit{Puissance développée par M sur S}} = \mathrm{J}.\frac{\overrightarrow{d\omega\left(\frac{S}{Ro}\right)}}{dt}.\overrightarrow{\omega\left(\frac{S}{Ro}\right)} = \frac{d}{dt}(1/2*\mathrm{J}\omega^2)$$

① + ②

$$\boxed{\mathrm{P}_{(\bar{S}/S,\ S/Ro)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\mathrm{Ec}_{(S/Ro)}}$$

La variation instantanée d’énergie cinétique d’un système est égale à la somme de toutes les puissances développées.

Etude n°5

<u>Si P telle que P = - dEp/dt</u>

Alors le TEC devient : - dEp/dt = + dEc/dt

<u>Soit Ep + Ec = K</u>

L'énergie mécanique totale est conservée dans ce cas.

Cas d'un pendule si les frottements sont négligés par exemple)…

Etude n°5

Energie théorique récupérable lors du freinage d'une rame

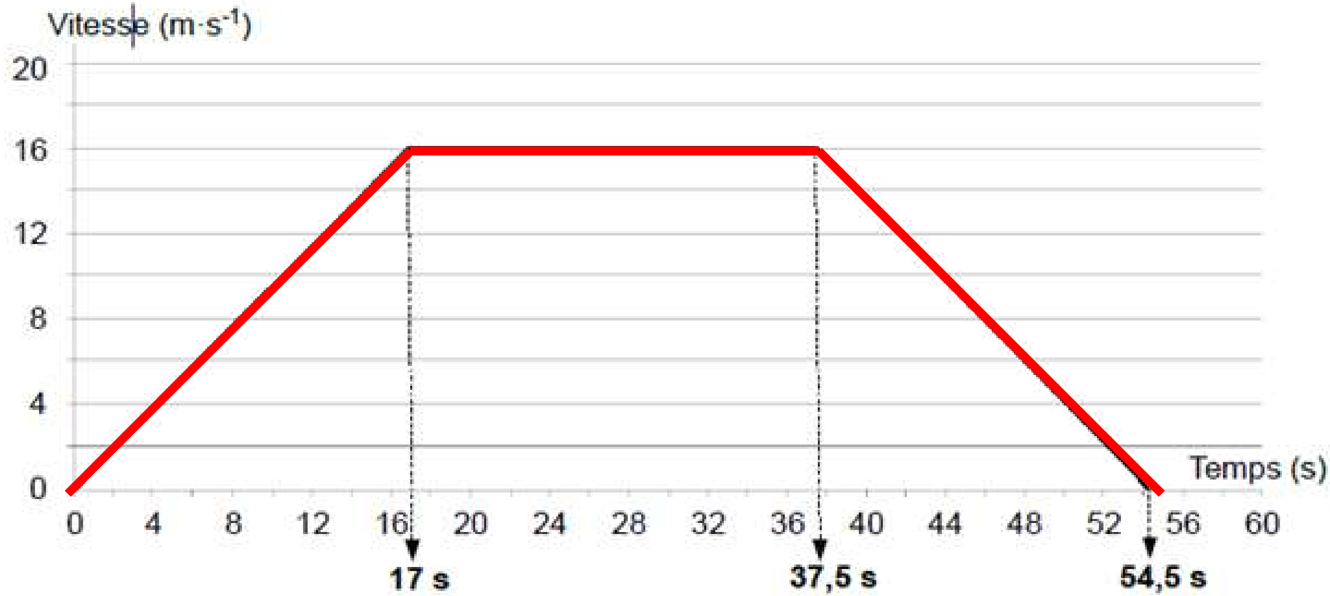


Figure 4 : loi de vitesse en mode « non dégradé » d'une rame en fonction du temps ($V = f(t)$)

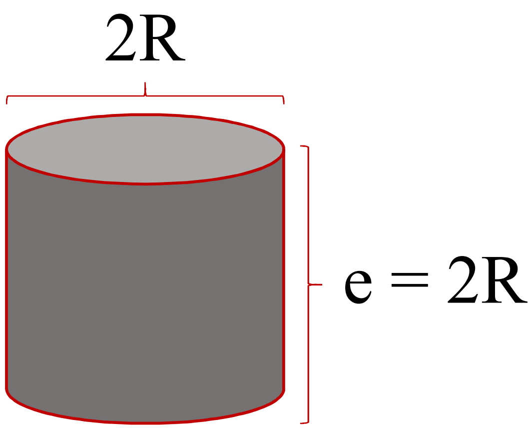
masse d'une voiture, *mV*=14000 kg ;
nombre maximal de passagers par voiture, 75, soit une masse *mP*=7500 kg ;
2 voitures par rame
stockage prévu pour 3 freinages

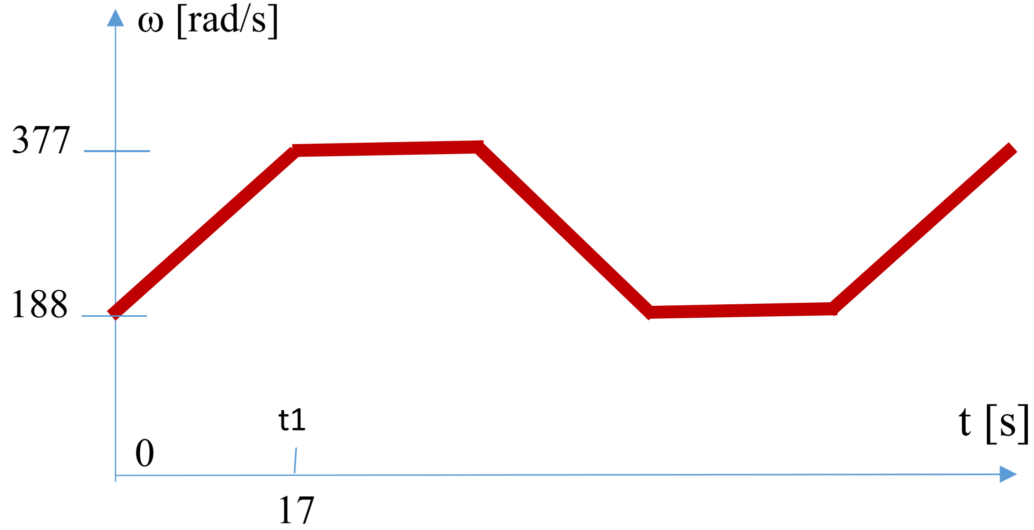
$$Ec = 3*2.\frac{1}{2}[mv + mp].[Vo^2 - Vf^2]$$

Ec = 33 MJ

Etude n°5

Détermination du volant d'inertie





TEC : $P = dEc/dt \rightarrow P.dt = dEc$

On intègre entre les instants t1 et t2 en supposant que P est constante :

$$\underbrace{P*[t2 - t1]}_{\text{Energie stockée}} = Ec(t2) - Ec(t1) = ½*J*(\omega2^2 - \omega1^2)$$

AN : $J = 2*33.10^E6/(377^2-188^2)$

$J = 310\ kg.m^2$

$$J\ cylindre = m.R^2/2 = \rho.\underbrace{e.\ \pi.R^2}_{\text{Volume}}.R^2/2 = \rho.\ \pi.R^5 \quad \text{soit } R = \sqrt[5]{J/(\rho*Pi)}$$

$\sqrt[5]{310/(7800*\pi)}$

Racier = 0,42 m

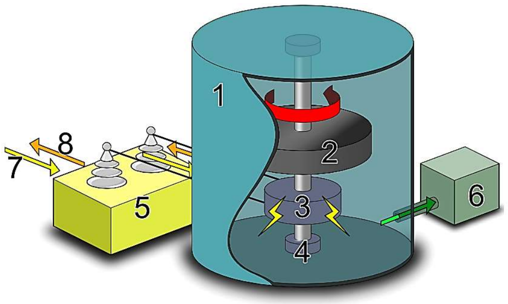
$\sqrt[5]{310/(1800*\pi)}$

Rkevlar = 0,56 m

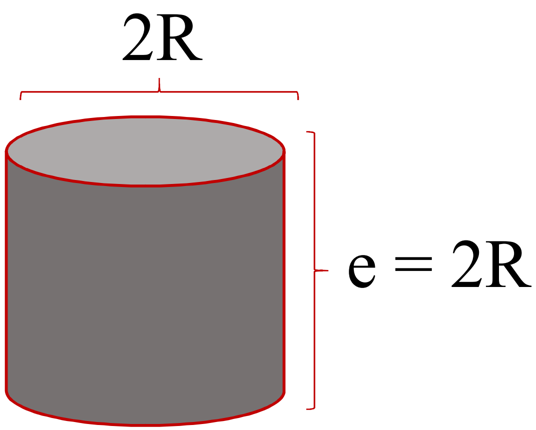
$\sqrt[5]{310/(2500*\pi)}$

Rbéton = 0,52 m

Etude n°5



Quel matériau à la meilleure densité d'énergie [Wh/kg] ?



Densité énergétique = Energie stockée/masse [J/kg]

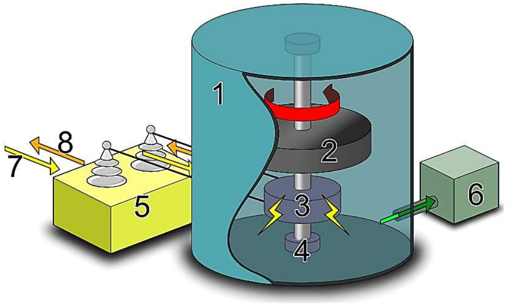
D = Ec/ $(\rho.e.\pi.R^2)$ = Ec/ $(\rho.2.\pi.R^3)$

Dacier = 33.10E6/(7800*2*π* $0,42^3$) = 9,1 kJ/kg

Dkevlar = 33.10E6 /(1800*2*π* $0,56^3$) = 16,6 kJ/kg

Dbéton = 33.10E6 /(2500*2*π* $0,52^3$) = 14,9 kJ/kg

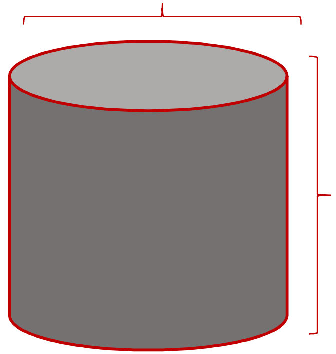
Etude n°5



Quel matériau est le moins cher en €/kJ pourt 1 kg de matière ?

Prix de revient par kJ stocké pour 1 kg de volant
= prix de 1kg en [€]/densité[kJ/kg]

2R



e = 2R

€ acier = 2 €/kg

€ kevlar = 25 €/kg

€ béton = 0,25€/kg

PDR = €/D

PDR acier = 2/9,1 = 0,2 €/ kJ/kg

PDR kevlar = 25 /16,6 = 1,5 €/ kJ/kg

PDR béton = 0,25/14,9 = 0,016 €/ kJ/kg

Etude n°5

Uranium (fission) = 79 000 000 MJ/kg
Hydrogène = 123 MJ/kg
Essence = 47MJ/kg
Batterie lithium = 1 MJ/kg
Batterie plomb/acide = 0,2 MJ/kg

x643 000 !!!
x3
x47
x5

Les densités calculées (très faibles en comparaison) montrent que le stockage par volant d'inertie ne peut bien s'appliquer qu'à des cas très particuliers.

Dacier = 33.10E6/(7800*2*π* $0{,}42^3$) = 9,1 kJ/kg

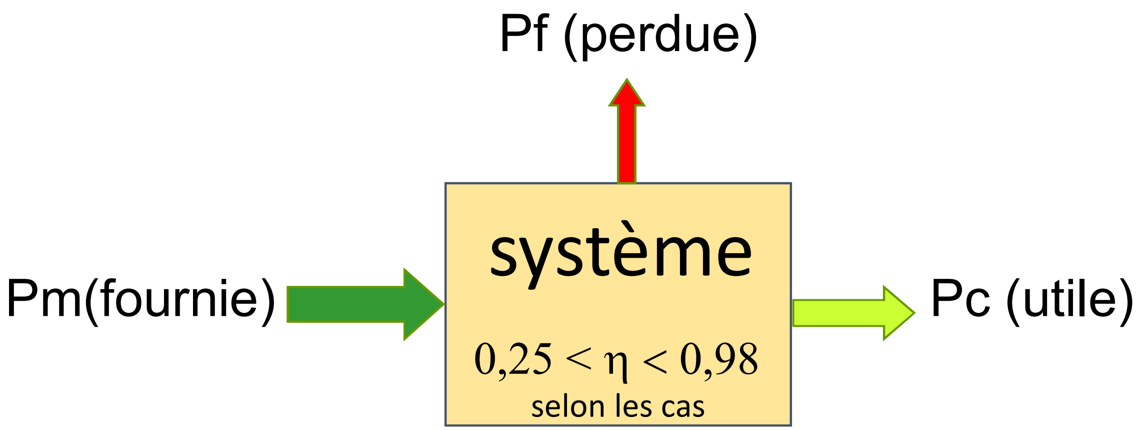
Dkevlar = 33.10E6 /(1800*2*π* $0{,}56^3$) = 16,6 kJ/kg

Dbéton = 33.10E6 /(2500*2*π* $0{,}52^3$) = 14,9 kJ/kg

Etude n°5

Notion de rendement

La puissance ne se conserve pas en présence de frottements.
Une partie de l'énergie est transformée en chaleur qui est échangée avec l'air ambiant.



$$\eta = \frac{Pc}{Pm}$$

Rendement [%]

Pf = ?

$$\eta = \frac{Pc}{Pm} = \frac{Pm - Pf}{Pm}$$

$$Pf = Pm.(1 - \eta)$$

Etude n°5

Comment exprimer le couple de frottement ramené sur le moteur ?

$Pf = Cf.\Omega f$

→ *Mais c'est quoi Ωf ???*

→ *on exprime Cf soit sur l'arbre moteur (Ωm) soit sur l'arbre charge (Ωc).*

$Pf = Cfr.\Omega m$

r comme ramené, Cf est exprimé ici sur l'arbre moteur

$Pf = Pm.(1- \eta) = Cfr.\Omega m$

$Cm.\ \Omega m\ .(1- \eta) = Cfr.\Omega m$

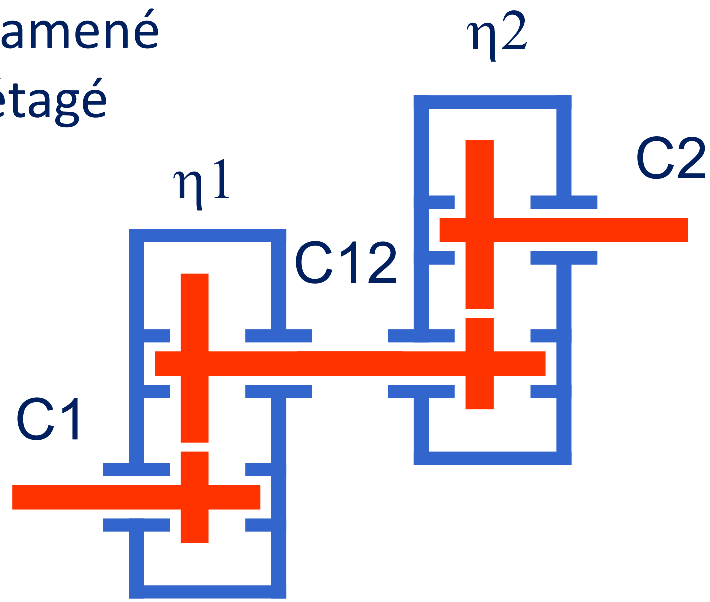
$$\boxed{Cfr = Cm\ .(1- \eta)}$$

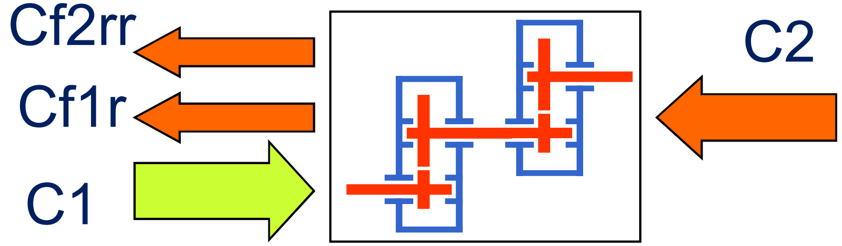
Cf ramené sur l'arbre moteur

Ce couple vient pénaliser le système considéré initialement comme idéal.

Etude n°5

Couple de frottement ramené
Cas d‘un réducteur bi-étagé





$Cf1r = C1.(1-\eta 1)$ sur arbre moteur

$Cf2r = C12.(1-\eta 2)$ sur arbre intermédiaire

Or $C12 = (1/k1)*(C1 - Cf1r)$

$Cf2rr = k1*Cf2r$ sur arbre moteur

Soit $Cf2rr = C1.\eta 1.(1-\eta 2)$