Mécanique des systèmes

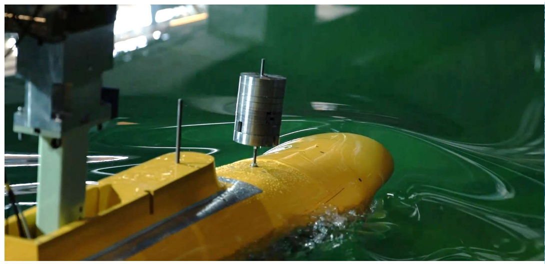
Version 2024

Etude n°3

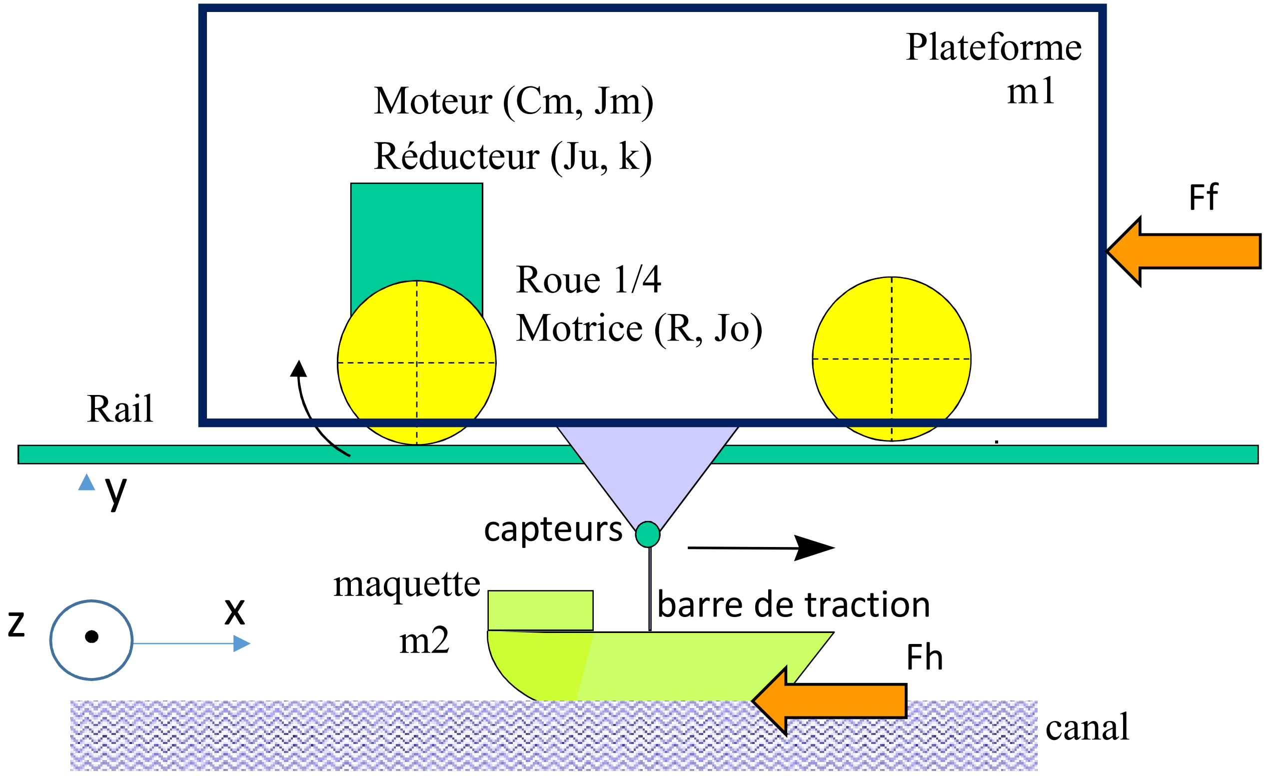
Cette étude porte sur les transmetteurs.

C’est le plus grand bassin d’Europe avec ses 545 m de long, 15m de large et 7m de fond et près de 60 000 m3 d’eau.
Une plate-forme de 120 tonnes circulant sur rails est capable de traîner des modèles jusqu’à 12m/s. De plus on peut y générer une houle de plus de 1m.

Bassin d'essais des carènes de Val de Reuil (1987)

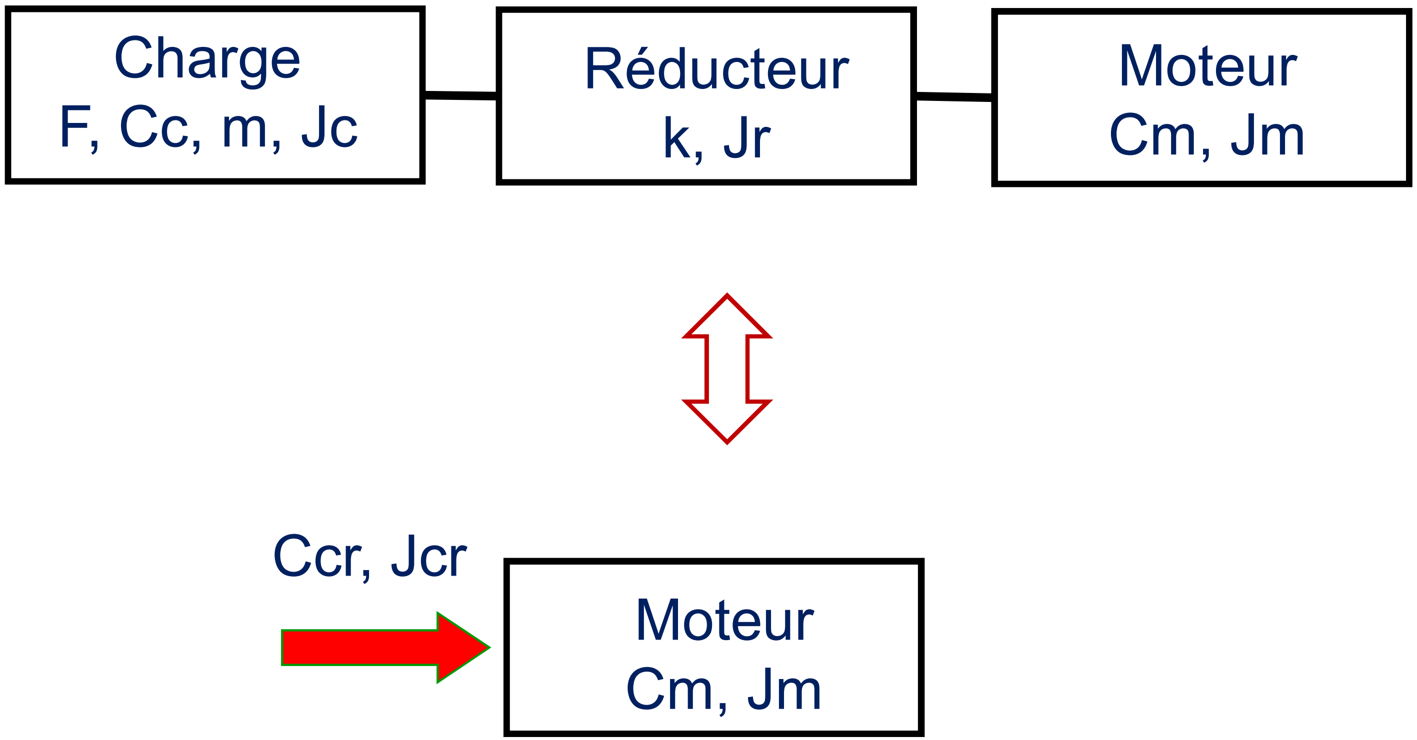


Etude n°3


Plateforme
m1
Moteur (Cm, Jm)
Réducteur (Ju, k)
Ff
Roue 1/4
Motrice (R, Jo)
Rail
y
capteurs
maquette
m2
barre de traction
z
x
Fh
canal

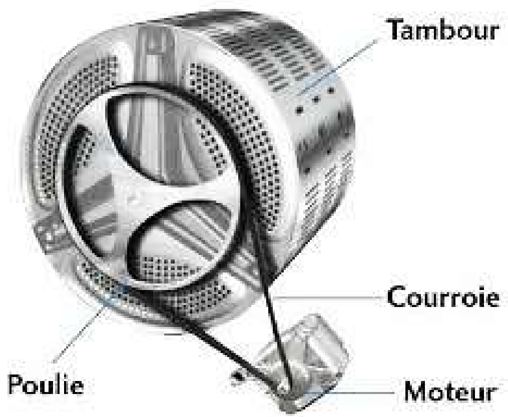
Etude n°3

Système ramené sur axe moteur

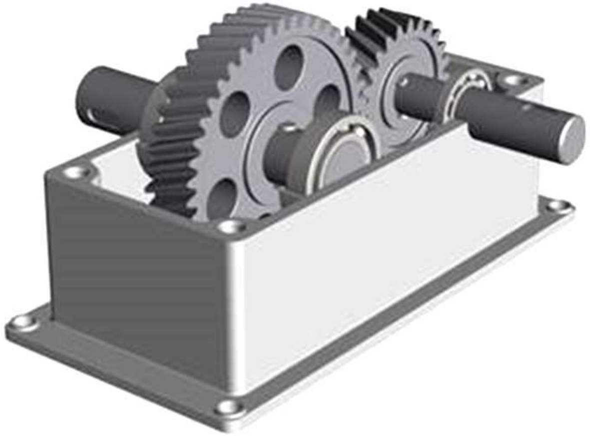


Il faut savoir ramener la charge et son inertie sur l’axe du moteur.

Etude n°3

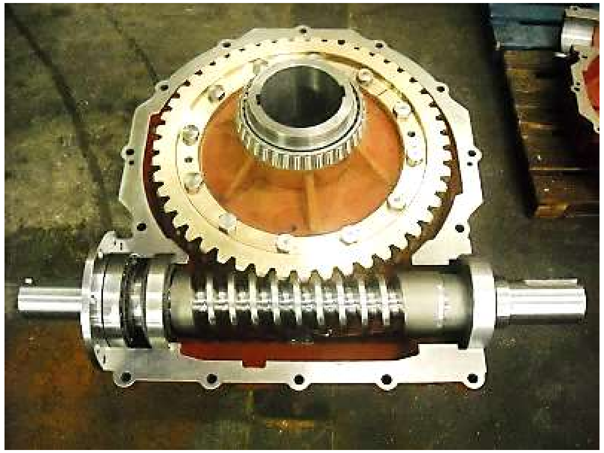


Transmission à axes //
non inverseuse, réversible, rapport non garanti



Transmission à axes //
inverseuse et réversible, rapport garanti

Transmission à axes //
non inverseuse, réversible, rapport garanti



Transmission à axes croisés
irréversible, rapport garanti

Etude n°3

Réversibilité

De réducteur, le transmetteur peut être transformé en multiplicateur (en inversant entrée et sortie) et réciproquement.

Garantie du rapport

La synchronisation des arbres entrée-sortie n'est pas assurée si la transmission est réalisée par adhérence uniquement.
La synchronisation est assurée si la transmission est réalisée par obstacle notamment.
La transmission peut-être mixte.

Géométrie

Les axes entrée – sortie peuvent être parallèles ou perpendiculaires ou orthogonaux.

Inversion

L'arbre de sortie tourne en sens inverse de l'arbre d'entrée.

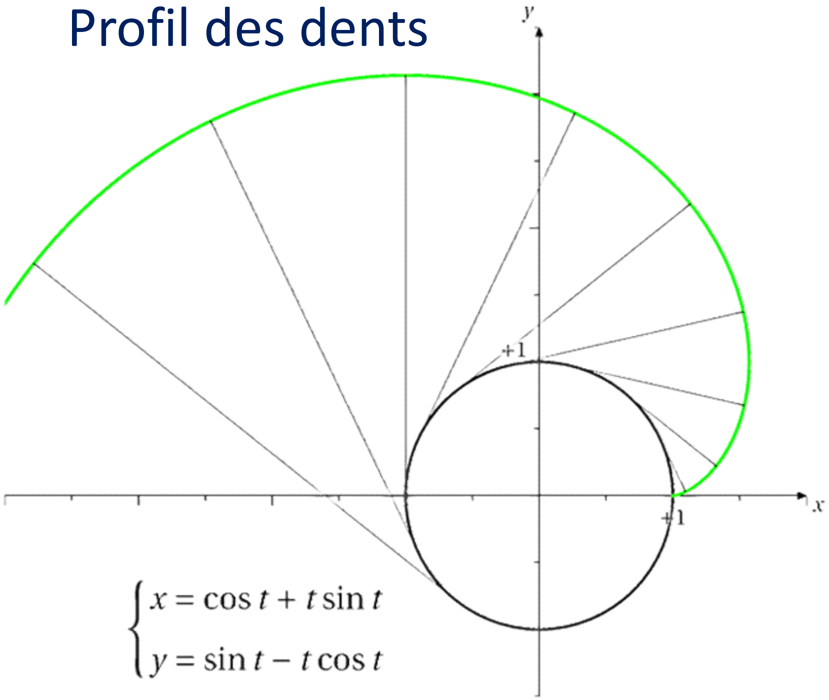
16

Combinaisons possibles !

Etude n°5

Transmission par roue dentée (obstacle)

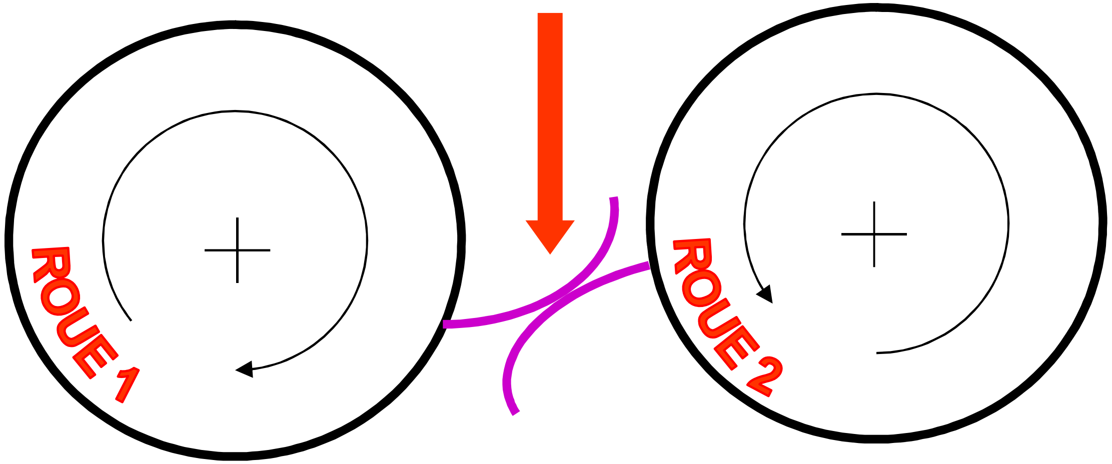
Profil des dents



$$\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$$

Développante de cercle

Les profils roulent l'un sur l'autre et ne glissent pas.

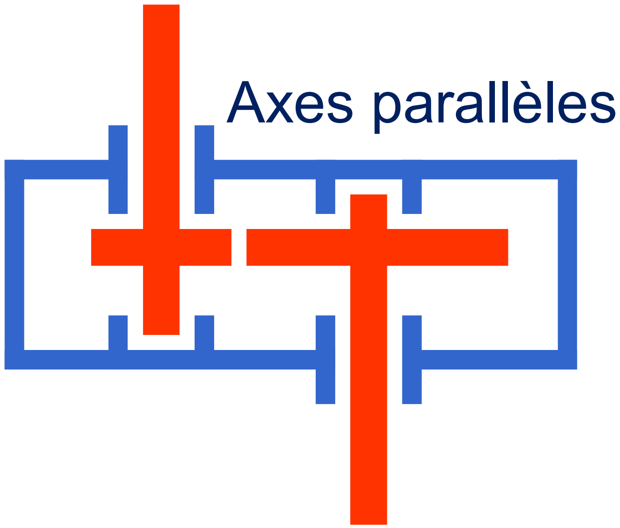


De ce fait le rendement moyen d'un engrenage est correct :
η = 0,95 à 0,98   par étage.

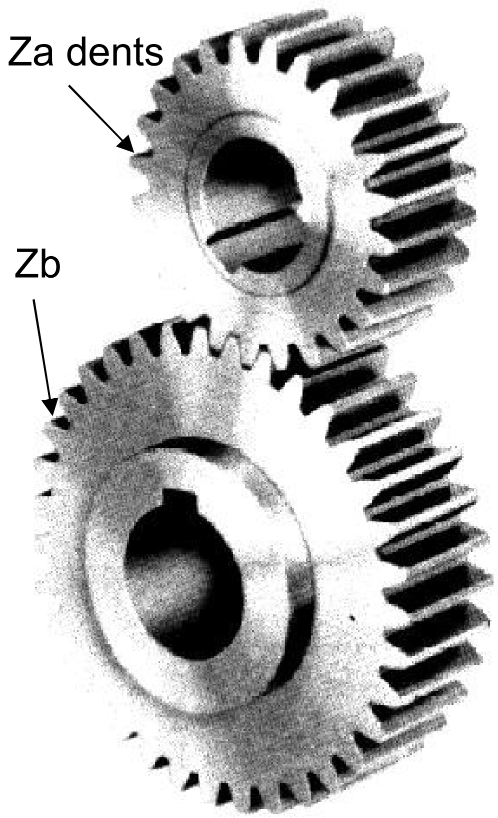
Etude n°3

Transmission par roue dentée (obstacle)

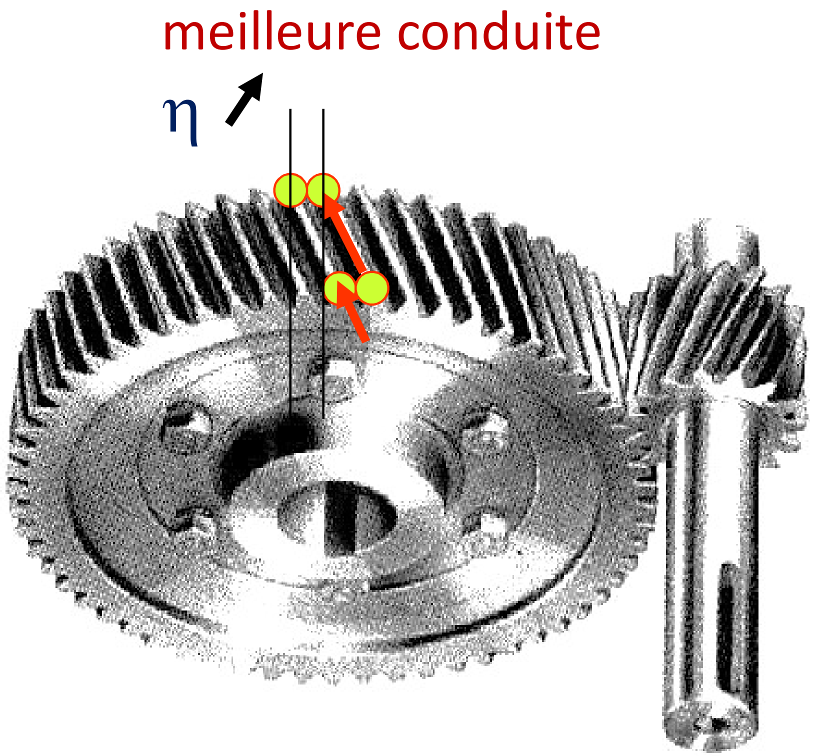
Fonctionnement plus ou moins bruyant
Faibles entraxes
Usure quasi nulle
Excellent rendement (η = 0,99 !)



$$\boxed{\Omega a.Za = \Omega b.Zb}$$

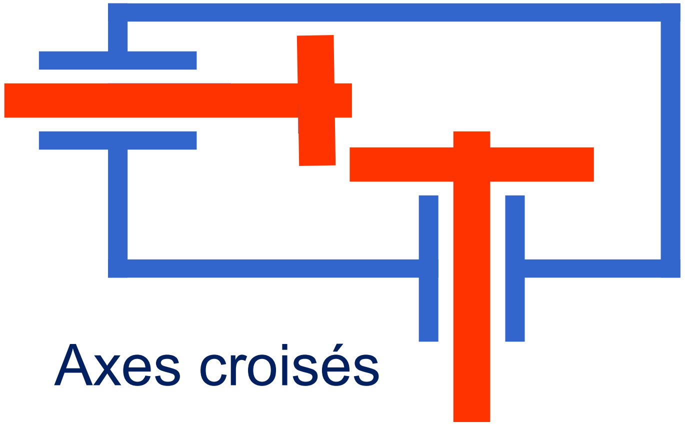


Denture droite

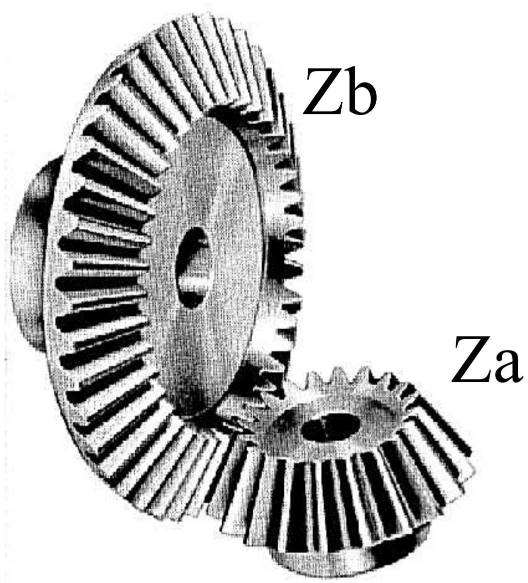


Denture hélicoïdale

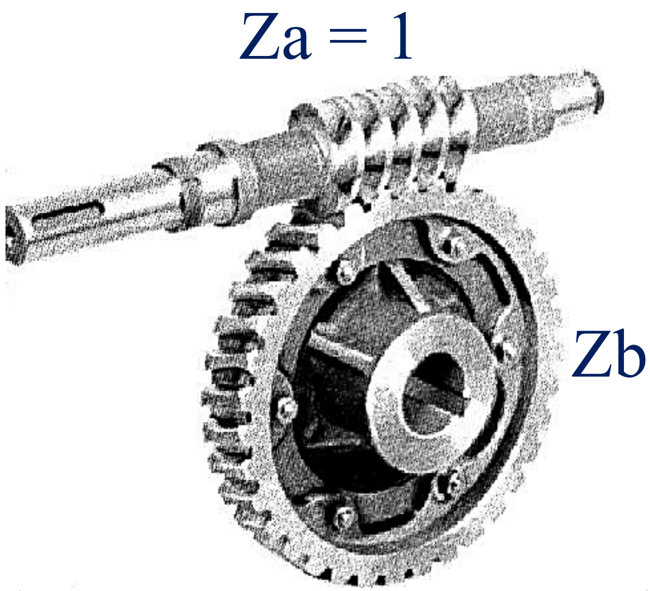
Etude n°3



Axes croisés



Roues coniques



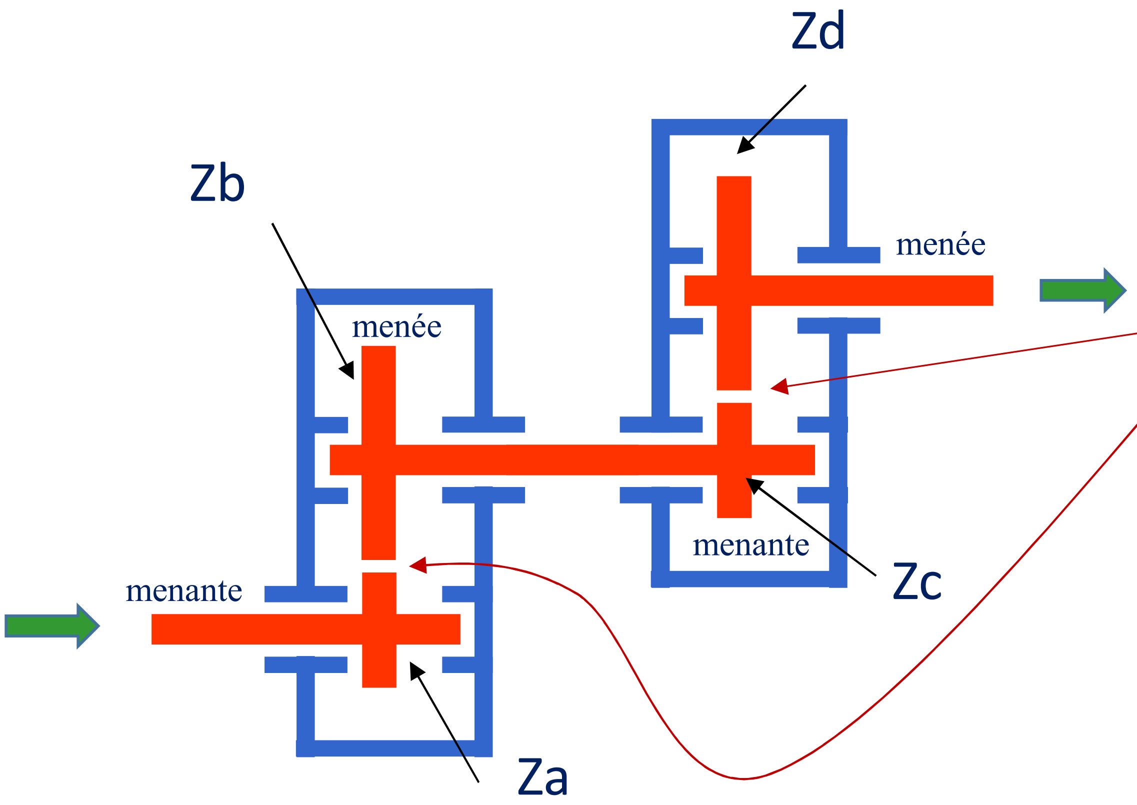
Cas particulier : roue et vis sans fin

$Z_{vis} = 1 \rightarrow$ Rapport important

Glissement $\Leftrightarrow \eta$ ↘↘↘

Etude n°3

Transmission multi-étagée



$$k = \overbrace{\left(-\frac{Za}{Zb}\right)}^{\text{Rapport étage1}} . \overbrace{\left(-\frac{Zc}{Zd}\right)}^{\text{Rapport étage 2}}$$

n = nombre de contacts extérieurs (ici 2)

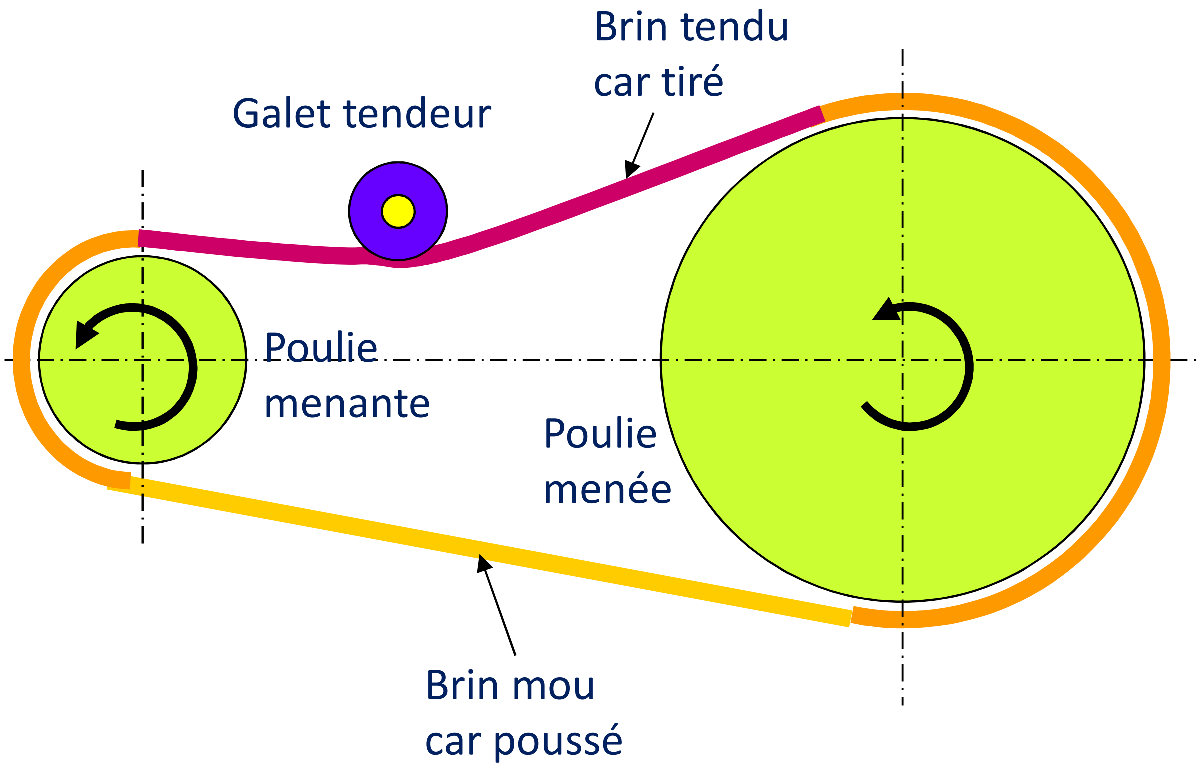
$$k = \underbrace{(-1)^{n}}\,\frac{\Pi\ Zmenantes}{\Pi\ Zmenées}$$

Si < 0, inverseur

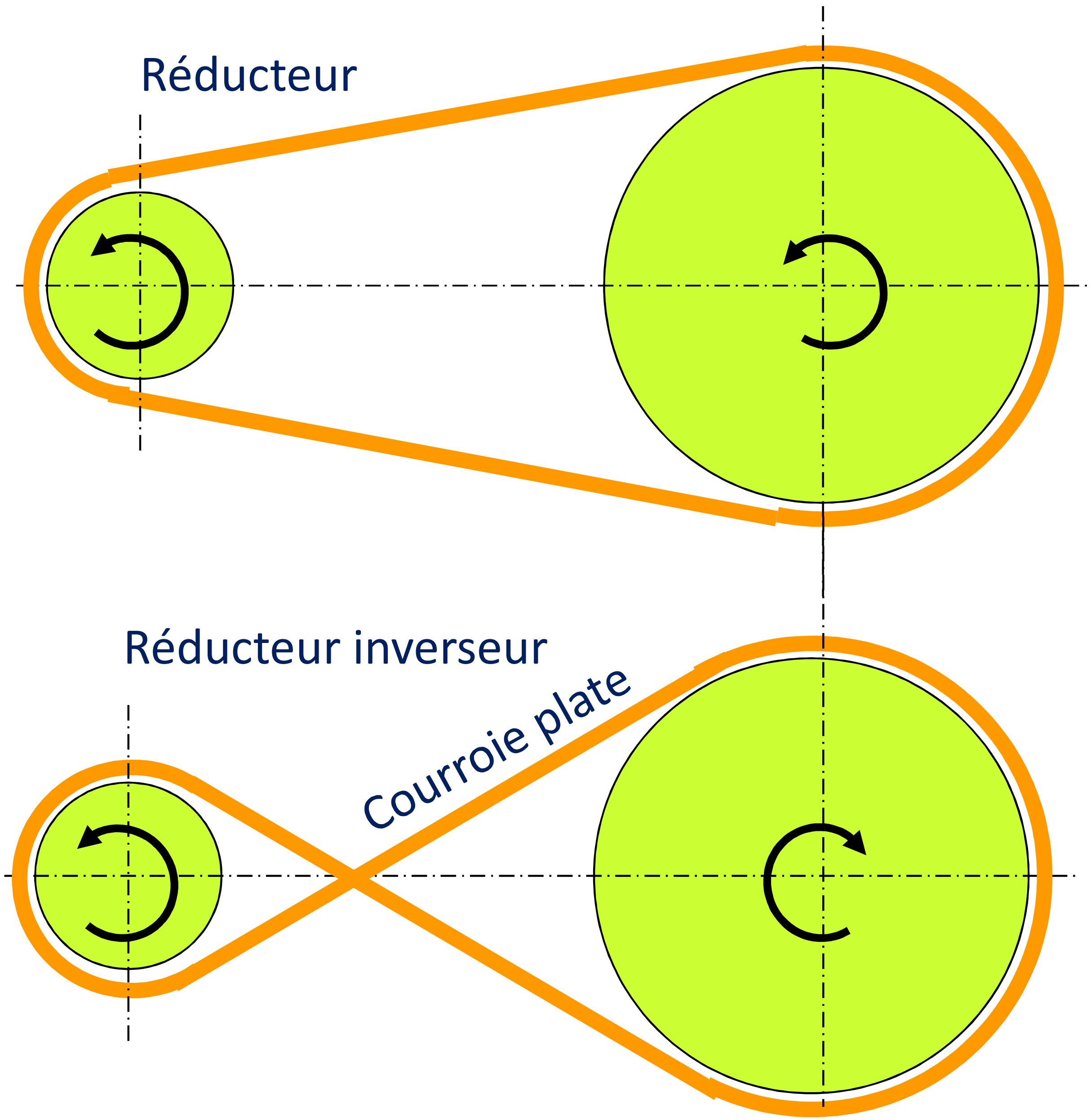
Π = produit

Etude n°3

Transmission par courroie (adhérence)



Etude n°3



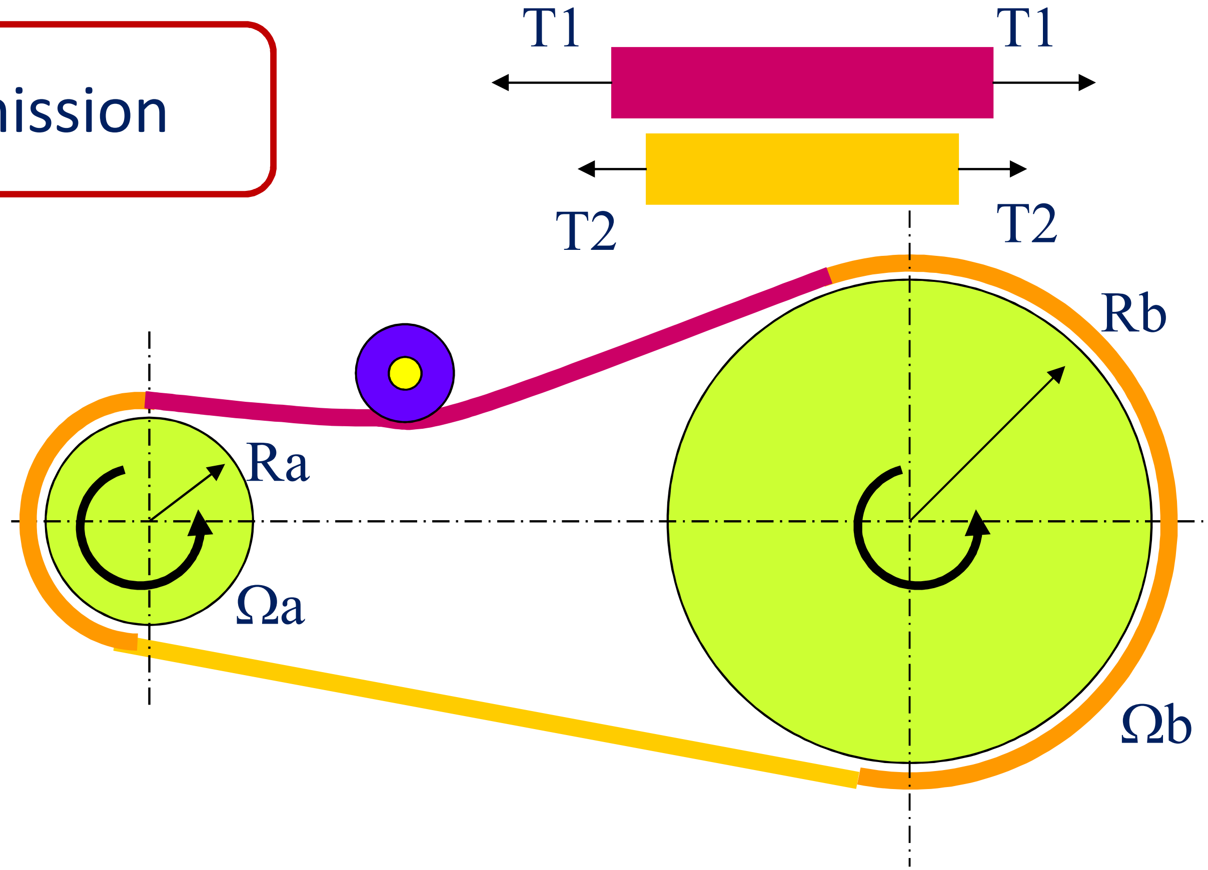
Etude n°3

Calcul du rapport de transmission

Usure due au glissement issu de la variation de tension : $\eta < 0,95$.

Possibilité d'entraxe important.

Fonctionnement silencieux.



Courroie lisse
Ici trapézoïdale

$$\Omega a.Ra = \Omega b.Rb$$

Courroie crantée

$$\Omega a.Za = \Omega b.Zb$$

Etude n°3

Couple sur arbre de sortie

$Cm.\Omega m \rightarrow$ transmetteur $\rightarrow Cc.\Omega c$

Rapport de transmission k $\quad \Omega c = k.\ \Omega m \quad \rightarrow k < 1$ si réducteur

Si $Pm = Pc$ ($\eta=1$), alors $\quad \boxed{Cc = Cm/k}$

Le transmetteur permet de réaliser une adaptation de couple et de vitesse.

Etude n°3

Inertie de la charge ramenée sur le moteur

Considérer η = 1

On choisit pour indice l'arbre sur lequel on ramène…

Charge en rotation

$$Ecc = \frac{1}{2} . Jc . \Omega c^2$$

$$Ecc = \frac{1}{2} . Jcr . \Omega m^2$$

Si $\Omega c = k . \Omega m$

Alors $\frac{1}{2} . Jcr . \cancel{\Omega} m^2 = \frac{1}{2} . Jc . \Omega c^2 = \frac{1}{2} . Jc . k^2 . \cancel{\Omega} m^2$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{Jcr = Jc . k^2}$

Noter le rôle de k² !
C'est ce qui permet d'effondrer l'inertie charge vue depuis le moteur.
→ Permet le démarrage du moteur à forte accélération [J*dω/dt)

Etude n°3

Inertie de la charge ramenée sur le moteur

Considérer η **= 1**

On choisit pour indice l'arbre sur lequel on ramène…

<u>Charge en translation</u>

$$Ecc = \tfrac{1}{2}\,.mc.Vc^2$$

$$Ecc = \tfrac{1}{2}\,.Jcr.\Omega m^2$$

$$\text{Si}\quad Vc = R.\ \Omega c = k.R.\Omega m$$

$$\text{Alors}\quad \tfrac{1}{2}\,.Jcr.\cancel{\Omega m^2} = \tfrac{1}{2}\,.mc.Vc^2 = \tfrac{1}{2}\,.mc.k^2.R^2.\cancel{\Omega m^2}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{Jcr = mc.R^2\ .\ k^2}$$

Noter le rôle de k^2 !
C'est ce qui permet d'effondrer l'inertie charge vue depuis le moteur.
→ Permet le démarrage du moteur à forte accélération [J*dω/dt]

Etude n°3

Couple charge ramené sur le moteur en présence d'un réducteur

ramené

$$Pm = Pc$$

$$\Leftrightarrow \quad Cm.\omega m = Cc.\omega c = Ccr.\ \omega m$$

On choisit pour indice l'arbre sur lequel on ramène…

$$\Leftrightarrow \quad Ccr = Cc\ .\ \frac{\omega c}{\omega m}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{Ccr = Cc\ .k}$$

Vu depuis le moteur le couple charge est diminué par la présence du réducteur (k<1).

Etude n°3

PFD appliqué au rotor d 'un moteur

Ccr, Jcr

Moteur
Cm, Jm

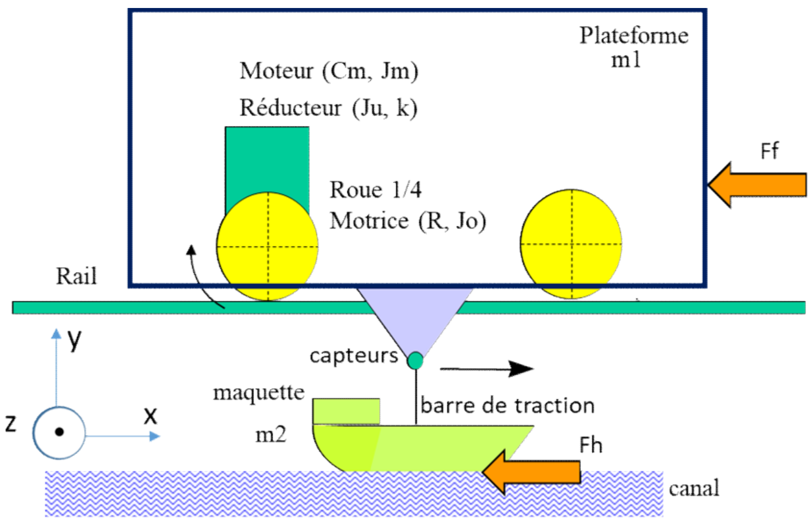
$$Cm - Ccr = (Jm + Jcr).\frac{d\omega m}{dt}$$

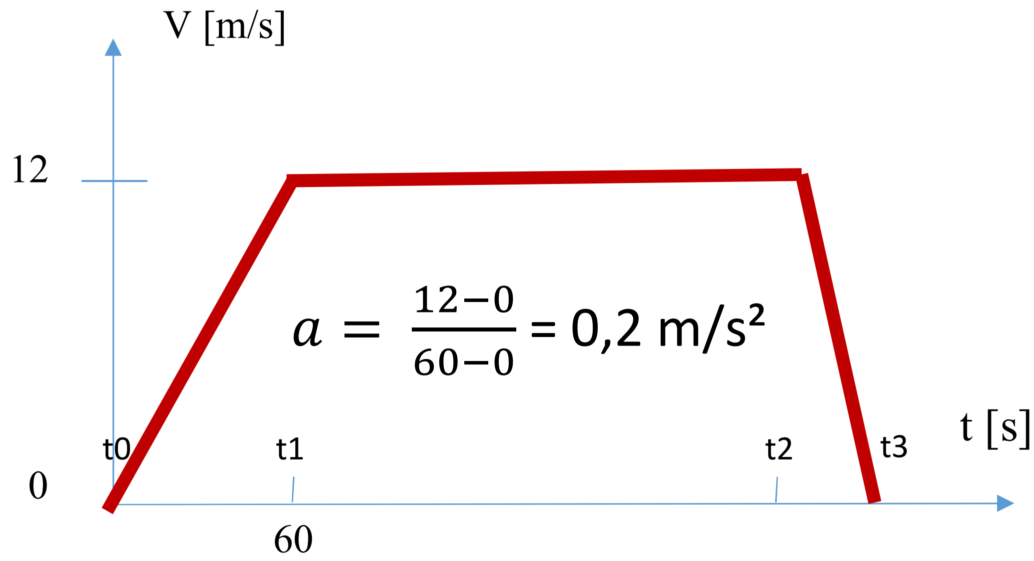
par exemple

$$Cm - k.Cc = (Jm + Jc.k^2).\frac{d\omega m}{dt}$$

$$Cm - k.Cc = (Jm + m.R^2.k^2).\frac{d\omega m}{dt}$$

Etude n°3





$$a = \frac{12-0}{60-0} = 0{,}2 \text{ m/s}^2$$

m1 = 120 000 kg

m2 = 100 kg

Fh = 150 N

Ff = 1200 N

R = 0,2 m

k = 1/10

Jm = 0,5 kg.m²

Ju = 0,1 kg.m²

Jo = 2 kg.m²

$$V = \omega o . R \rightarrow \frac{d\omega o}{dt} = \frac{1}{R} . \frac{dV}{dt}$$

$$k = \frac{\omega o}{\omega m} \rightarrow \frac{d\omega m}{dt} = \frac{1}{R.k} . \frac{dV}{dt}$$

Etude n°3

Inertie ramenée sur axe moteur

$$\frac{1}{2}.Jt.\,\omega m^2 = \frac{1}{2}.Jm.\,\omega m^2 + \frac{1}{2}.Ju.\,\omega m^2 + \frac{1}{2}.Jo.\,\omega o + \frac{1}{2}.m1.\,V^2 + \frac{1}{2}.m2.\,V^2$$

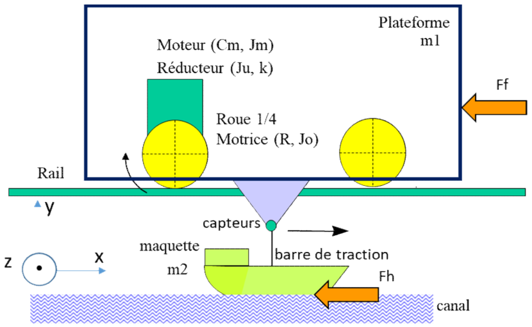
$$\frac{1}{2}.Jt.\,\omega m^2 = \frac{1}{2}.Jm.\,\omega m^2 + \frac{1}{2}.Ju.\,\omega m^2 + 4*\frac{1}{2}.Jo.\,\mathrm{k}^2\omega m^2 + \frac{1}{2}.(m1 + m2).\,\mathrm{k}^2.R^2\omega m^2$$

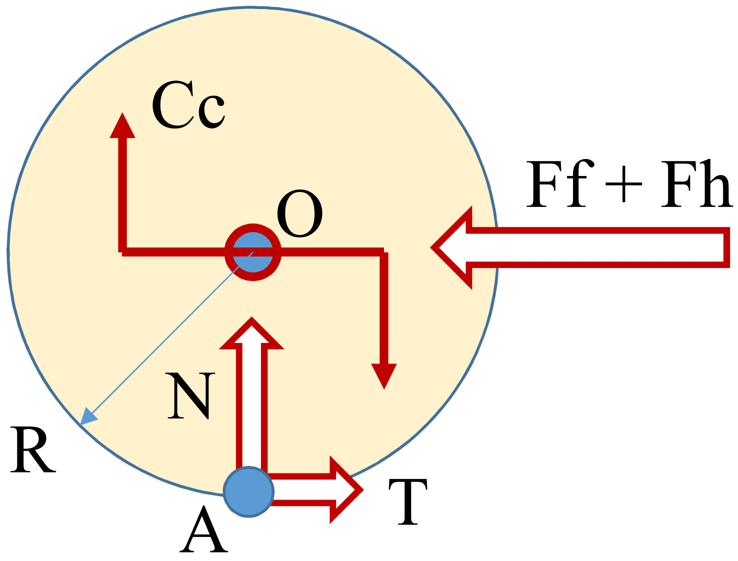
$$Jt = Jm + \underbrace{Ju + 4.Jo.\,\mathrm{k}^2 + (m1 + m2).\,\mathrm{k}^2.\mathrm{R}^2}_{\text{Jcr}}$$

Rôle très important de k² !

Etude n°3

Couple charge ramené sur axe moteur





$$\overrightarrow{Cc}(Fh + Ff\ en\ A) = (Fh + Ff).R * (\overrightarrow{z})$$

$$Pcr = Ccr.\omega m = Cc.\omega o$$

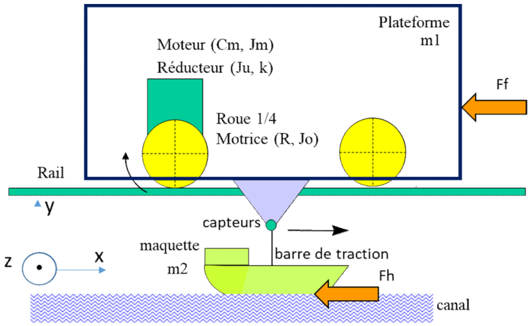
$$Ccr = \frac{Cc.\omega o}{\omega m}$$

$$\overrightarrow{Ccr} = (Fh + Ff).R.k * (\overrightarrow{z})$$

Le couple Cc ne dépend pas du point d'observation par définition donc Cc(en A) = Cc(en O).

Etude n°3

PFD appliqué au rotor du moteur en régime transitoire



Ccr, Jcr

Moteur
Cm, Jm

Jt = Jm + Jcr

$$\overrightarrow{Cm} + \overrightarrow{Ccr} = (Jm + Jcr).\frac{d\omega m}{dt} * (-\vec{z})$$

En projection sur axe moteur

$$-Cm + Ccr = -Jt.\frac{d\omega m}{dt}$$

Sens horaire or z sens trigo.

$$Cm = Jt.\frac{d\omega m}{dt} + Ccr$$

$$Et\ Pm = Cm.\,\omega m \ldots$$

Etude n°3

Application numérique

$$\frac{d\omega m}{dt} = 10\, rad/s^2$$

$$Jt = 48{,}72\ kg.m^2$$

$$Ccr = 27\ N.m$$

$$Cm = 514\ \text{N.m}$$

$$Pm = \ 308\ 520\ \text{kW}$$

Soit 4 moteurs de 80 kW par exemple, un sur chacune des 4 roues…