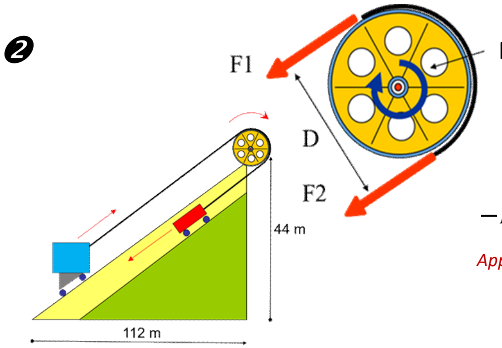
❷



1/ S = tambour

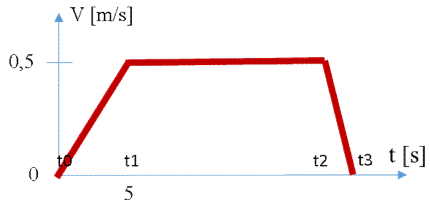
$\bar{S}$ = moteur + câble sup + câble inf

$$-Mt*\vec{z} + F1.\frac{D}{2}*\vec{z} - F2.\frac{D}{2}*\vec{z} = JOz.\frac{d\omega}{dt}.\vec{z}$$

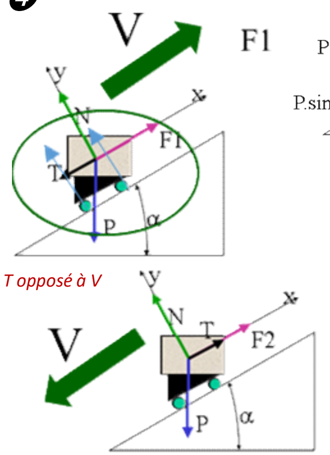
Appliquer PFD à bac — *Appliquer PFD à contrepoids* — *Appliquer Théorème de HUYGENS*

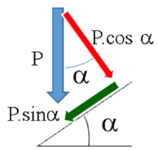
❸

$$a = \frac{v1 - v0}{t1 - t0} = 0{,}1\ m/s^2$$



❹





S = chariot bac

$\bar{S}$ = la Terre + câble sup + rails

$$\vec{P}+\vec{F1}+\vec{N}+\vec{T} = m*\vec{a}bac/R$$

S = contrepoids

$\bar{S}$ = la Terre + câble inf + rails

$$\vec{P}+\vec{F2}+\vec{N}+\vec{T} = m*\vec{a}cp/R$$

-Psinα +F1 – T = ma

-Psinα +F2 + T = - ma

F1 – F2 = 2(T+ma)

N - Pcosα = 0

T = f.N

F1 – F2 = 2m.(f.g.cos α + a)

❺

négatif

$$-Mt*\vec{z} + F1.\frac{D}{2}*\vec{z} - F2.\frac{D}{2}*\vec{z} = JOz.\frac{d\omega}{dt}.\vec{z}$$

$$Mt = +(F1 - F2).\frac{D}{2} + JOz.\left|\frac{d\omega}{dt}\right| \qquad V = \omega.\frac{D}{2} \rightarrow a = \frac{d\omega}{dt}.\frac{D}{2}$$

$$Mt = +2m.(f.g.\cos\alpha + a).\frac{D}{2} + JOz.\frac{2a}{D}$$

$$Mt = \underbrace{f.m.g.D.\cos\alpha}_{164\,851\ Nm} + \underbrace{[JOz + mD^2/2].\frac{2a}{D}}_{90\,236\ N.m}$$

Inertie tambour

Inertie bac + CP ramenée sur tambour

→ 255 087 Nm !!!

f = 0,02
m = 900 Tonnes
Re= D/2 = 1 m
Joz = 1184 kg.m²
a = 0,1 m/s²
α = Arctan(44/112) = 21°

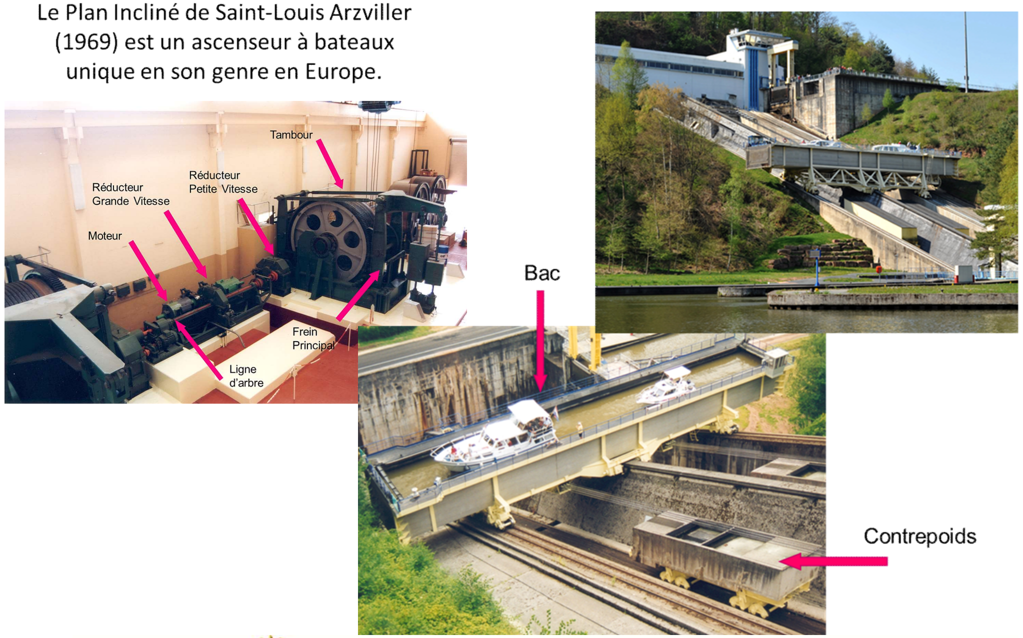
Attention, un moteur ne peut pas assurer ce moment, sauf si un adaptateur de moment est intercalé entre moteur et tambour : réducteur de vitesse obligatoire !

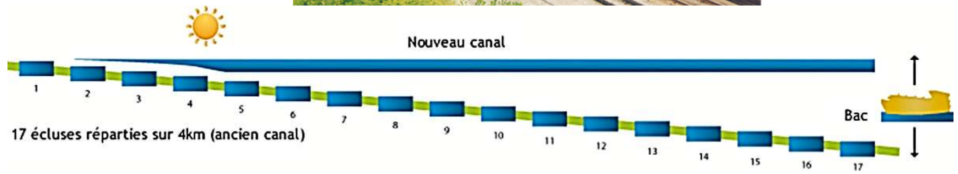
Dossier 2 – La rotation

Ce document est une synthèse du cours présenté

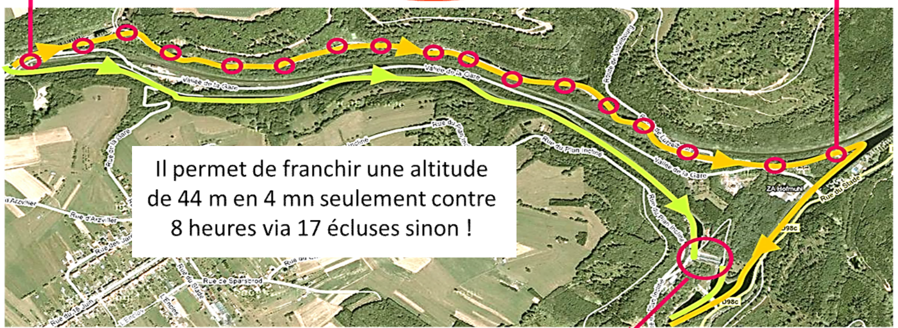
Plan incliné de ARZWILLER

Le Plan Incliné de Saint-Louis Arzviller (1969) est un ascenseur à bateaux unique en son genre en Europe.





Écluse 1 → 8 heures → Écluse 17



Il permet de franchir une altitude de 44 m en 4 mn seulement contre 8 heures via 17 écluses sinon !

4 minutes ! ← Plan incliné

Vecteur vitesse en mouvement circulaire

$\overrightarrow{OP} = r.\overrightarrow{er}$

Attention er n'est fixe dans Ro
Comment dériver une flèche qui n'est pas une constante ?
→ On peut projeter le vecteur dans la base d'observation ainsi les vecteurs qui apparaissent sont fixes/observateur.

$$\frac{d\overrightarrow{OP}}{dt}/Ro = \frac{d(r.\overrightarrow{er})}{dt}/Ro = \underbrace{\frac{d(r)}{dt}}_{=\,0 \text{ rayon constant}}/Ro.\ \overrightarrow{er} + \frac{r.d(\overrightarrow{er})}{dt}/Ro$$

(uv)' = u'v + uv'

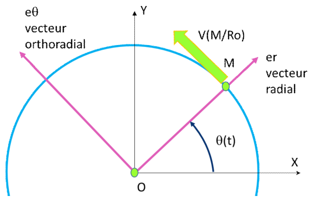
$$= \frac{r.d(\cos\theta(t).\vec{x} + r*\sin\theta(t).\vec{y})}{dt}/Ro \quad = r.\theta'.\underbrace{(\sin\theta.(\overrightarrow{-x}) + \cos\theta.\overrightarrow{+y})}_{\overrightarrow{e\theta}}$$

Les dérivées de x et y sont nulles car ils appartiennent au repère d'observation.

On dérive (fog) → (fog)' = g'*f'(g).
$(\cos\theta)' = \theta'*(-\sin\theta)$
$(\sin\theta)' = \theta'*(+\cos\theta)$

$$\boxed{\vec{V}\left(\frac{P}{Ro}\right) = r.\theta'.\ \overrightarrow{e\theta}}$$

Vecteur vitesse tangent au cercle trajectoire

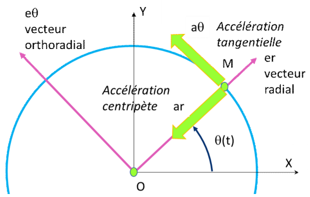


Vecteur accélération en mouvement circulaire

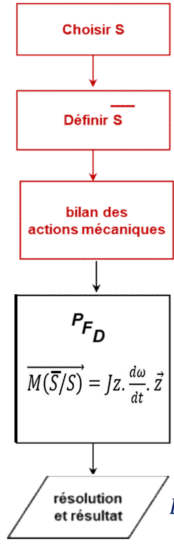
$$\vec{a}\left(\frac{M}{Ro}\right) = \frac{d\vec{V}\left(\frac{M}{Ro}\right)}{dt}/Ro = \frac{d(r.\theta'.\overrightarrow{e\theta})}{dt}/Ro = \frac{d(r\theta')}{dt}/Ro.\ \overrightarrow{e\theta} + \frac{r\theta'.d(\overrightarrow{e\theta})}{dt}/Ro = \underbrace{r\theta''.\overrightarrow{e\theta}}_{a\theta \text{ tangentielle}} + \underbrace{r\theta'^2.(-\overrightarrow{er})}_{ar \text{ centripète}}$$

rayon constant

$$\boxed{\vec{a}\left(\frac{P}{Ro}\right) = r.\theta''.\ \overrightarrow{e\theta}\ - r\theta'^2.\ \overrightarrow{er}}$$



Principe Fondamental de la Dynamique



S est le solide que l'on veut équilibrer

$\bar{S}$ est le complémentaire à S

Compter les actions à distance et les actions de contact

Une équation vectorielle Sur l'axe de la rotation.

Attention, comme le moment dynamique est observé sur l'axe rotation, les moments extérieurs aussi !

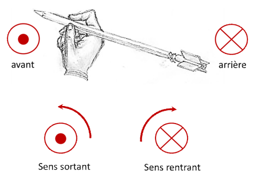
Eventuellement équilibrer d'autres solides pour obtenir plus d'équations …

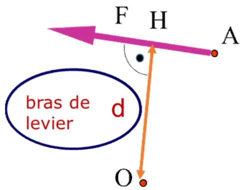
Moment d'une force

La force peut provoquer une rotation en développant une quantité appelée moment.

Moment d'une force dans un problème plan de normale ($\vec{z}$) observé au point O.

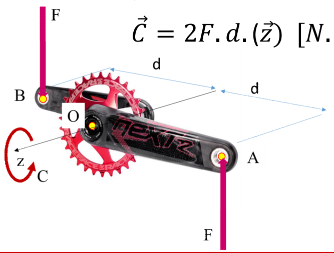
$$\overrightarrow{F(O)} = F.d.(\vec{z})\ \ [N.m]$$





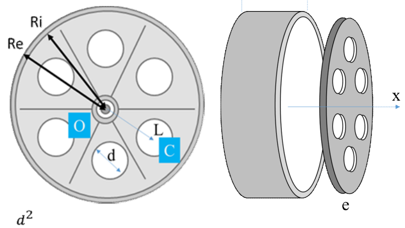
Couple de forces dans un problème plan de normale ($\vec{z}$) observé n'importe où.

$$\vec{C} = 2F.d.(\vec{z})\ \ [N.m]$$



❶ Valeur de Joz pour le tambour

ρ = 7800 kg/m3
d = 0,20 m
H = 0,50 m
Re = 1 m
Ri = 0,98 m
L = 0,60 m
e = 0,02m



$$JOz = mtube.\frac{Re^2+Ri^2}{2} + mdisque.\ .\frac{Re^2}{2} - 6.\{mtrou.\frac{\frac{d^2}{2}}{2} + mtrou.L^2\}$$

$$JOz = \rho\pi.(Re^2 - Ri^2).H.\frac{Re^2+Ri^2}{2} + \rho\pi.Re^2.e\ .\frac{Re^2}{2} - 6.\ \rho\pi.\frac{d^2}{4}.H\{\frac{d^2}{4} + L^2\}$$

$$JOz = 950 + 245 - 11 = 1184\ kg.m^2$$

Moment dynamique axial en mouvement circulaire

C'est la somme des moments développés par les quantités d'accélérations qui varient selon le point matériel considéré puisque « a » dépend de « r »… Si O est le point d'observation :

$$\overrightarrow{\delta(O)} = -\int_S \overrightarrow{M(dFi,O)} = -\int_S dFi.r.(-\vec{z})$$

Moment dynamique opposé au moment inertiel

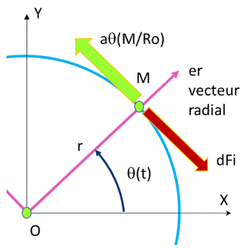
$= r\theta''$

Tous les points ont le même

$$= +\int_S a\theta\left(\frac{M}{Ro}\right).r.dm.\vec{z} = +\{\underbrace{\int_S r^2.dm}_{}\}.\ \ ''.\vec{z}$$

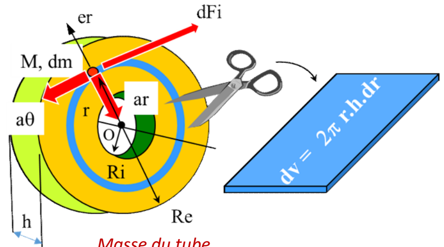
« ar » ne développe pas de moment puisque passant par O.

Moment d'inertie axial souvent noté JOz ou C [kg.m²]



$$\boxed{\overrightarrow{\delta(O)} = JOz.\frac{d\omega}{dt}.\vec{z}}$$

Cas du tube – Valeur de Jz



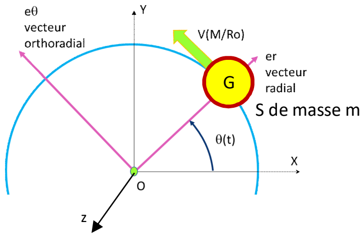
Masse du tube

$$JOz = +\{\int_S r^2.dm\} = \frac{mt.(Re^2 + Ri^2)}{2}$$

$= \rho.dv = \rho.2\pi rhdr$

Théorème de HUYGENS

Quand S ne tourne pas autour de son axe principal d'inertie



$$JOz = JGz + m.(OG)^2$$