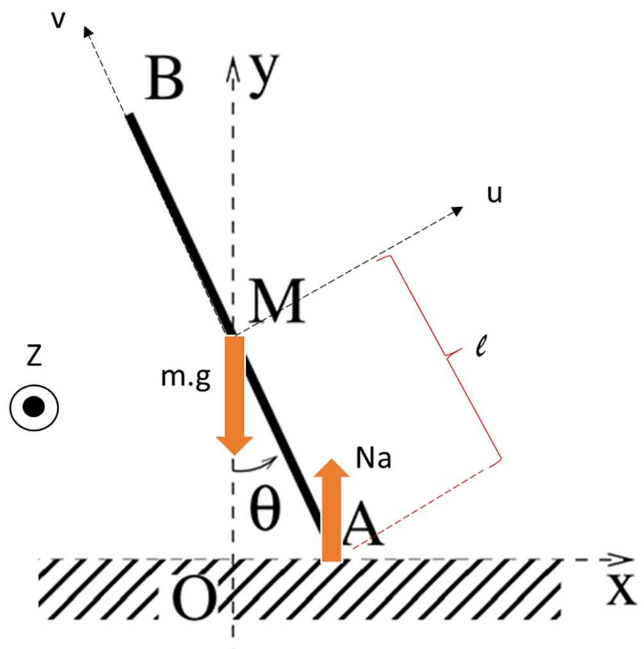
LICENCE SPI 2éme année
Mécanique du solide
06/01/2022 - 90 mn

Sans document

PROBLEME

Une barre rigide S, homogène de masse m, de longueur 2l et de section négligeable, est posée plutôt verticalement sur une patinoire horizontale.
Le contact entre la barre et la patinoire en A est supposé sans frottement (glissement parfait).
Soit θ l'angle que fait la barre par rapport à la verticale.
A l'instant initial, la barre est très légèrement déplacée (sans vitesse initiale) de son équilibre instable et tombe.
La figure suivante représente la barre, le paramétrage utilisé et les actions à prendre en compte.
Le repère Rg(O,X,Y,Z) est supposé galiléen.



On donne la matrice d'inertie de la barre S en M :

$$\overline{\overline{I(M,S)}} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{ml^2}{n} \end{bmatrix}_{(M,u,v,z)}$$

où n est un nombre entier.

Travail demandé :

Partie 1 – géométrie des masses (3 pts)

❶ *Déterminer la valeur de n dans l'expression du moment d'inertie de S relativement à l'axe (M,Z).*

Partie 2 – cinétique (4 pts)

❷ *Déterminer en A le moment cinétique de S relativement à Rg.*

Partie 3 – dynamique (8 pts)

❸ *En utilisant le théorème de la résultante dynamique (PFD) montrer que le mouvement du milieu M de AB est vertical.*

❹ *En utilisant le théorème du moment dynamique déterminer l'équation différentielle du mouvement vérifiée par l'angle ϑ (la résolution n'est pas demandée).*

Partie 4 – énergétique (5 pts)

❺ *En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, retrouver l'équation différentielle précédente.*

Partie 5 – bonus (3 pts)

❻ *Déterminer la vitesse de M lorsque M touche le sol.*