Examen final du 12/05/2021
Aucun document autorisé
Durée 1h

EXERCICE 1

Une station spatiale en construction est composée de 2 modules de masses identiques m. On connaît les positions en mètres des 2 modules représentés par les points M1 et M2 dans un repère R $(O;\vec{X},\vec{Y},\vec{Z})$.

$$\overrightarrow{OM1} = \begin{vmatrix} X1 = 20 \\ Y1 = 0 \\ Z1 = 0 \end{vmatrix} \qquad \overrightarrow{OM2} = \begin{vmatrix} X2 = -10 \\ Y2 = -17.32 \\ Z2 = 0 \end{vmatrix}$$

On termine la construction de la station en ajoutant un troisième module de masse m également au point M3 tel que $\overrightarrow{OM3} = \begin{vmatrix} X3 \\ Y3 \\ 0 \end{vmatrix}$.

On néglige les masses des bras qui relient ces modules entre eux.

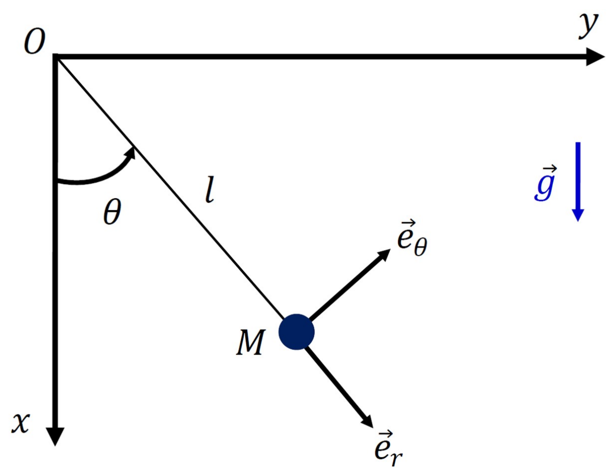
__Travail demandé :__

❶ On note G le centre d'inertie de la station composée des 3 modules.
Ecrire la relation vectorielle reliant les vecteurs positions de G, M1, M2 et M3.

❷ Calculer la position de M3 (donc X3 et Y3) de façon à ce que le centre d'inertie G de la station soit confondu avec le point O.

EXERCICE 2

On considère un pendule simple constitué d'un objet ponctuel M de masse m, accroché à un fil inextensible de longueur l et de masse négligeable. Son mouvement a lieu dans le plan vertical (xOy) du référentiel fixe $\Re(O,xyz)$.
On écarte le pendule d'un angle θo de sa position d'équilibre (où θ=0) et on le lâche sans vitesse initiale. Les forces de frottement sont supposées inexistantes.
L'ensemble est situé dans le champ de pesanteur terrestre g considéré comme uniforme. On note T la tension dans le fil et P = m.g le poids de M.



__Travail demandé :__

❶ Exprimer les 2 vecteurs forces appliqués à M en fonction des vecteurs de la base (er, $e\theta$, k), et en fonction de T ou de P.

❷ Exprimer, quand il existe, le moment de chaque force s'il est observé au point O en fonction de l et de $\theta(t)$.

❸ On note θ' la vitesse angulaire du pendule. Exprimer $V(M/\Re)$ le vecteur vitesse de M dans $\Re$ en fonction de l, de $\theta'(t)$ et des vecteurs de la base (er, $e\theta$, k).

❹ De même exprimer $a(M/\Re)$ le vecteur accélération de M dans $\Re$.

❺ En appliquant le PFD dans le référentiel galiléen $\Re$, équation de moments observés en O, établir l'équation différentielle du mouvement dans le cas de faibles oscillations.

❻ Résoudre cette équation différentielle compte tenu des conditions initiales.

❼ Etablir l'expression de la tension T du fil.