

Licences SPI & PC 1^{ère} année
Découverte MECANIQUE
Examen du 30 novembre 2020
Durée 90 mn - Aucun document autorisé

EXERCICE 1 (8 points - 40 mn)

On étudie une rame utilisée en aviron.



La fonction de la rame (définie figure 1) est de transmettre à l'eau les efforts du rameur, en flexion et en torsion. Les facteurs de dimensionnement sont notamment la masse et le coût pour une rigidité donnée. La rigidité est fixée car c'est elle qui donne les « sensations » au rameur, qui cherche la reproductibilité pour s'habituer facilement à un nouveau matériel.

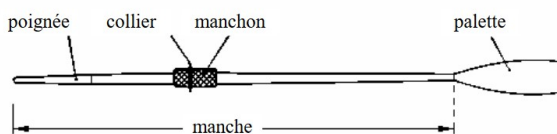


Figure 1 : Structure d'une rame d'aviron (d'après CES)

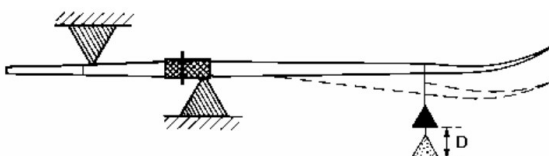


Figure 2 : Mesure de la rigidité d'une rame d'aviron (d'après CES)

La rigidité est testée en suspendant une masse à la distance L du collier (fixation sur le bateau). Une rame rigide se déforme de $D = \delta = 30$ mm,

une rame peu rigide se déforme de 50 mm. La gamme de rigidité d'une rame est donc relativement bien définie. On cherche alors une masse minimale, à un coût raisonnable. On s'intéressera ici à la partie « tige » qui est essentiellement soumise à des efforts de flexion. Les conditions de l'essai sont décrites figure 2.

On admet que la flèche ($D = \delta$) s'exprime comme :

$$\delta = \frac{M \cdot L^2}{C_1 \cdot E \cdot I} \quad I = \frac{\pi \cdot r^4}{4}$$

C_1 est une constante, E le module d'Young du matériau, L la longueur de la tige et M le moment de flexion développé par le chargement, constant pour tout matériau testé.

Travail demandé :

❶ (2 pts) Ecrire l'expression de la masse m de la tige assimilable à un cylindre de rayon r , de longueur L et de masse volumique ρ .

❷ (3 pts) Ecrire l'expression de la masse pour une flèche donnée, si L est fixé à l'avance.

❸ (3 pts) Comparer les prix des rames composées soit de bois de frêne, soit de PRFV.

On donne :

Frêne

- $E = 10$ GPa
- $\rho = 700$ kg/m³
- Prix = 2.5 €/kg

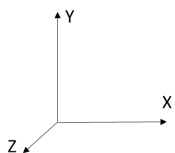
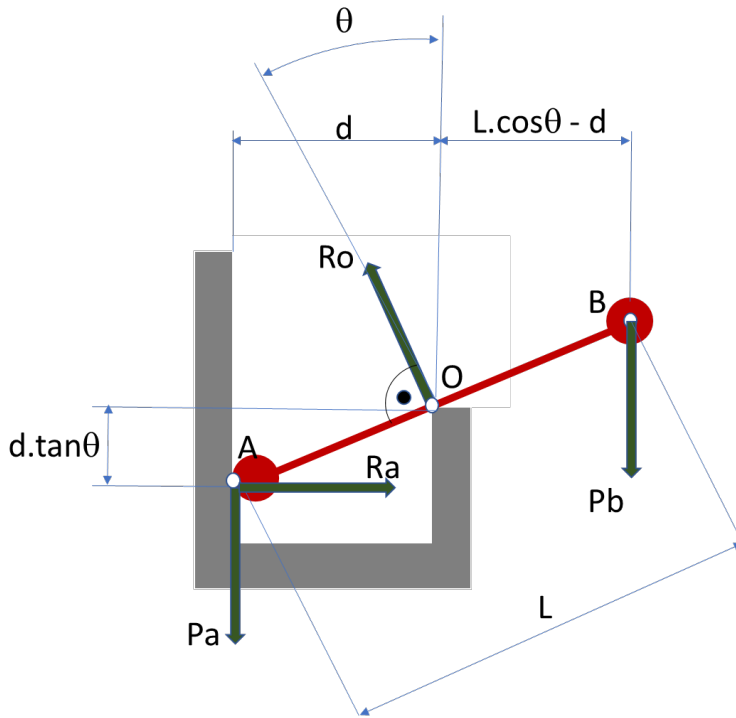
PRFV

- $E = 50$ GPa
- $\rho = 2000$ kg/m³
- Prix = 7 €/kg

EXERCICE 2 (12 points – 50 mn)

Soit un système S , constitué de deux masses ponctuelles m_A et m_B , liées entre elles par une tige homogène de longueur $AB = L$ qui est de poids négligeable.

Le système est soumis à deux liaisons sans frottement en A et en O .



On donne $m_A = m$ et $m_B = 3m$.

On note $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ l'accélération de la pesanteur. On appelle θ_0 l'angle qui permet l'équilibre statique. On admet que les efforts qui participent à cet équilibre de S sont les suivants, P_A et P_B sont donc supposés connus :

On souhaite calculer R_O , R_A et l'angle θ .

Travail demandé :

❶ (2 pts) Ecrire le PFD cas particulier de la statique et trouver une première équation entre vecteurs forces.

❷ (2 pts) Projeter cette équation entre vecteurs et trouver alors deux équations scalaires.

❸ (1 pt) Ecrire le moment développé en O par le poids P_A .

❹ (1pt) Ecrire le moment développé en O par le poids P_B .

❺ (1 pt) Ecrire le moment développé en O par la réaction R_A .

❻ (2 pt) Ecrire le PFD cas particulier de la statique et trouver une équation entre vecteurs moments, distance d , distance L et θ_0 observés au point O .

❼ (1 pt) Comparer le nombre total d'inconnues au nombre total d'équations scalaires disponibles. Conclure.

❽ (2 pts) Calculer alors ces inconnues si :

- $L = 20 \text{ cm}$,
- $m = 0,1 \text{ Kg}$,
- $d = 5 \text{ cm}$.

