

**Examen Mécanique Du Solide**  
**L2 Spi - 08/01/2026**  
 Durée 1h30mn

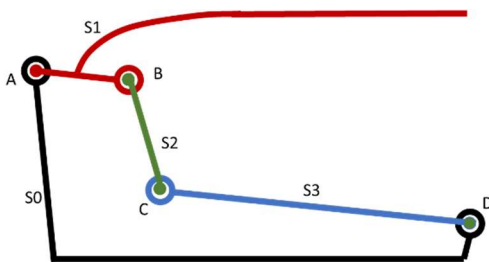
Aucune ressource autorisée

**EXERCICE 1 (5 points)**

On considère un casse noix design comme sur la photographie.



On modélise le casse noix comme sur la figure suivante, 4 solides articulés, en chaque point on trouve une liaison pivot.



Travail demandé :

❶ Quel est le CIR de (S1) relativement à (S0) ?

❷ Quel est le CIR de (S3) relativement à (S0) ?

❸ On actionne le levier (S1).

Déterminer graphiquement sur le document réponse et en justifiant, le support de la vitesse

$$\vec{V}\left(B \in \frac{S2}{S0}\right).$$

❹ Dans les mêmes conditions, déterminer graphiquement et en justifiant, le support de la

$$\vec{V}\left(C \in \frac{S2}{S0}\right).$$

❺ Chercher le CIR de (S2) relativement à (S0).

Reconnaissez-vous ce mouvement ?

**EXERCICE 2 (15 points)**

Les questions ❶ et ❷ sont indépendantes des autres.

Une roue de voiture comporte une jante et un pneumatique. Au cours du temps, la jante peut subir des déformations (chocs sur bordures de trottoir) et le pneumatique une usure irrégulière.

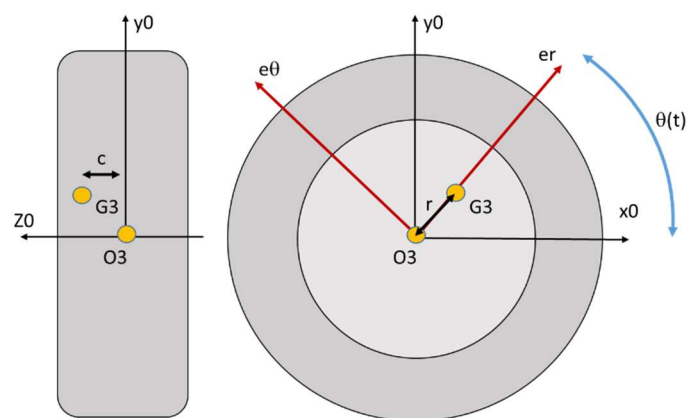


Ces irrégularités géométriques provoquent des vibrations qui nuisent à la sécurité.

Il devient alors nécessaire de procéder à l'équilibrage dynamique de la roue chez un spécialiste possédant une machine de ce type :



Une roue S3 de masse M3 dont la symétrie de révolution n'est plus respectée est présentée ci-dessous. Le repère R0 est liée à la machine mettant en rotation le pneu.



Le centre de masse n'est plus confondu avec O3 et l'opérateur d'inertie de la roue en O3 devient quelconque.

On note dans la base  $(e_r, e_\theta, z_0)$  :

$$\overrightarrow{O3G3} = \begin{bmatrix} r \\ 0 \\ c \end{bmatrix} \text{ avec } r \text{ et } c \text{ des constantes.}$$

$$\overline{\overline{I(O3, S3)}} = \begin{bmatrix} A3 & -F3 & -E3 \\ -F3 & B3 & -D3 \\ -E3 & -D3 & C3 \end{bmatrix}_{(e_r, e_\theta, z_0)}$$

Le système d'équilibrage est équipé d'un moteur agissant sur la roue afin de la mettre en rotation.

$$\overline{\Omega\left(\frac{S3}{R0}\right)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta' \end{bmatrix}$$

Pour ce faire un couple est appliqué sur la roue

$$\overrightarrow{Cm} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Cm \end{bmatrix}$$

La liaison entre la roue et la machine d'équilibrage est une liaison pivot, dont les actions mécaniques sur la roue sont en O3 dans la base  $(x_0, y_0, z_0)$  :

$$\overline{[force \quad moment]} = \begin{bmatrix} X03 & L03 \\ Y03 & M03 \\ Z03 & 0 \end{bmatrix}$$

Le poids de la roue est une force appliquée en G3 notée  $\vec{P} = -m \cdot g \cdot \vec{y}_0$

Travail demandé :

❶ Déterminer en régime transitoire l'accélération de G3 relativement à R0, soit  $\overline{a(G3 \in S3/R0)}$ .

❷ Déterminer le moment cinétique en O3 de S3 relativement à R0, soit  $\overline{\sigma(O3, S3/R0)}$ .

❸ Déterminer le moment dynamique en O3 de S3 relativement à R0, soit  $\overline{\delta(O3, S3/R0)}$ .

❹ Déterminer le moment développé par le poids de la roue observé en O3.

❺ Appliquer le PFD à S3 et en déduire les actions exercées par la roue sur le bâti en O3 dans la liaison pivot.

❻ Un rotor est équilibré dynamiquement si les actions mécaniques dans les liaisons entre le rotor et le bâti sont indépendantes du temps pendant la rotation.

A quelles conditions sur  $a, b, c, A3, B3, C3, D3, E3$  et  $F3$ , l'équilibrage dynamique est-il réalisé selon vous, sachant que :

$$\begin{cases} X_{03} = M_3(-b\ddot{\theta} - a\dot{\theta}^2) \cos \theta - \sin \theta M_3(a\ddot{\theta} - b\dot{\theta}^2) \\ Y_{03} = M_3 g + M_3(-b\ddot{\theta} - a\dot{\theta}^2) \sin \theta + \cos \theta M_3(a\ddot{\theta} - b\dot{\theta}^2) \\ Z_{03} = 0 \\ L_{03} = -cM_3 g + (-E_3\ddot{\theta} + D_3\dot{\theta}^2) \cos \theta - (-D_3\ddot{\theta} - E_3\dot{\theta}^2) \sin \theta \\ M_{03} = (-E_3\ddot{\theta} + D_3\dot{\theta}^2) \sin \theta + (-D_3\ddot{\theta} - E_3\dot{\theta}^2) \cos \theta \end{cases}$$

Avec  $a = r \cdot \cos \theta$   $b = r \cdot \sin \theta$

❼ Proposer une traduction physique des deux conditions obtenues.

