

Examen Dimensionnement Des Structures

L2 Spi - 09/01/2026

Durée 1h30mn

Aucune ressource autorisée

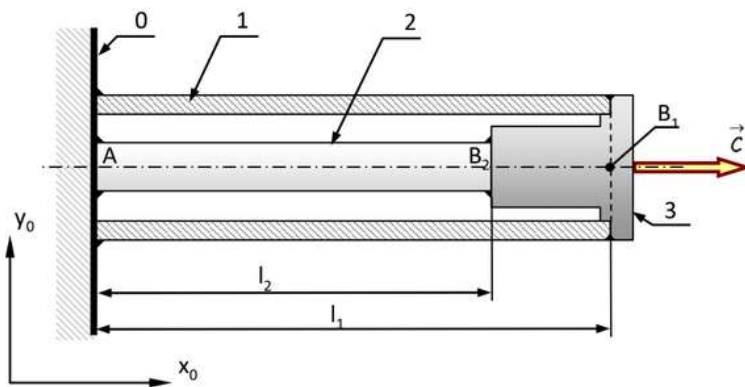
EXERCICE 1

La figure ci-dessous représente une barre de torsion « duo » constituée d'un tube cylindrique 1 (section de petit diamètre d_1 et de grand diamètre D_1), et d'un arbre 2 coaxial (section de diamètre d_2), constitués du même matériau de module de Coulomb noté G .

Ils sont encastrés sur le bâti 0 dans la section de centre A, et sur le couvercle 3, supposé indéformable, dans les sections de centres 1 et 2. Un couple axial $\vec{C}$ [N.m] est appliqué sur le couvercle (3).

On note l_1 et l_2 les longueurs des éléments 1 et 2, Io_1 et Io_2 leurs moments quadratiques polaires respectifs.

On note M_1 et M_2 les intensités des moments axiaux exercés respectivement par (1) et (2) sur (3).



$l_1 = 20 \text{ cm} \quad - \quad l_2 = 15 \text{ cm} \quad - \quad C = 10 \text{ Nm}$
 $d_1 = 40 \text{ mm} \quad - \quad D_1 = 50 \text{ mm} \quad - \quad D_2 = 20 \text{ mm}$
Matériau : Acier

Travail demandé :

- ❶ Donner l'expression littérale de Io_1 .
- ❷ Donner le nom de la sollicitation à l'origine de la déformation du tube (2).
- ❸ Etudier l'équilibre statique des moments sur le couvercle 3. En déduire une relation entre les actions de 1 sur 3, de 2 sur 3 et le couple C .

En déduire le degré d'hyperstatisme de ce système.

❹ On rappelle l'expression de la rotation relative des sections extrêmes d'une poutre droite, notée ici θ , en fonction de la longueur L de la poutre, Io son moment quadratique polaire, M_t le moment de torsion et G son module de Coulomb : $\theta = \frac{M_t.L}{G.Io}$

Ecrire la relation liant les angles θ_1 , θ_2 et θ_3 .
En déduire alors une seconde équation liant les actions de 1 sur 3 et de 2 sur 3.

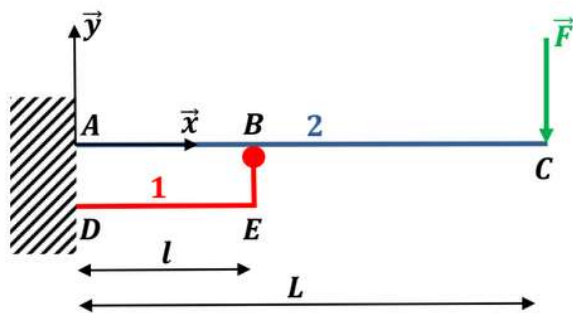
❺ Résoudre le système de 2 équations trouvées et donner l'expression des actions dans les encastres 1-3 et 2-3 en fonction de C et des dimensions de la barre.

EXERCICE 2

Les ressorts à lames sont très utilisés dans les suspensions des véhicules utilitaires et des camions.



Soit un demi-ressort à 2 lames schématisé ci-dessous :



$$l = 1,5 \text{ m} - L = 2l - F = 10\,000 \text{ N}$$

$$a = 200 \text{ mm}$$

Matériau : Acier

Il est composé :

- d'une poutre principale (2), d'extrémités A et C, de longueur L et de section carré de côté a.
- d'une poutre de soutien (1), d'extrémités D et E et de longueur l et de section carré de côté a.

Ces deux poutres sont encastées respectivement en A et D (la partie médiane du ressort entier) et sont en contact en B par l'intermédiaire d'une liaison ponctuelle parfaite de normale $\vec{y}$.

La partie BE est supposée indéformable et on suppose les déplacements suffisamment faibles pour que BE reste vertical.

On considère aussi que le point B se déplace verticalement.

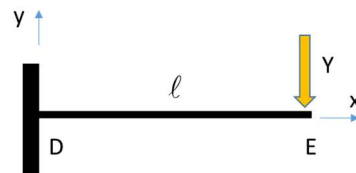
Un effort vertical $-F$ est appliqué en C.

On nomme Y l'action de (1) sur (2) en B et c'est cet effort qu'on cherche à déterminer...

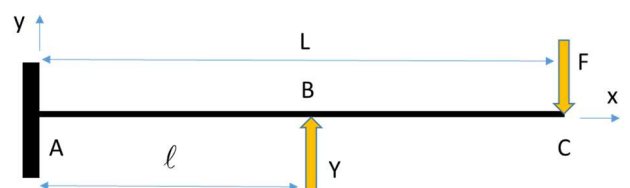
Travail demandé :

❶ Proposer un schéma illustrant l'allure de la déformée des pièces sous l'action $-F$.

❷ Ecrire l'équation de la déformée de la poutre (1) selon le modèle suivant :



❸ Ecrire l'équation de la déformée de la poutre (2), entre A et B d'une part et entre B et C d'autre part, sans chercher à raccorder les deux tronçons, selon le modèle suivant :



❹ Raccorder les deux tronçons (AB) et (BC) à l'aide des conditions aux limites au point B.

❺ Déterminer littéralement le déplacement vertical du point E dans la pièce (1).

❻ Déterminer littéralement le déplacement vertical du point B dans la pièce (2).

❼ En déduire enfin la valeur de Y en fonction des caractéristiques du système.

❽ Sur le plan de la contrainte, quel est l'intérêt d'un ressort à lames ?